

頻散曲線評估地盤灌漿體埋置深度之研究

李佳融¹ 王裕賢¹ 蔡佩勳²

- 1.朝陽科技大學營建工程系研究生
- 2.朝陽科技大學營建工程系助理教授

摘 要

本研究將討論灌漿體的埋置深度對表面波譜法之頻散曲線的影響，本研究將以有限差分數值分析軟體 FLAC^{3D} 程式來進行表面波譜法之數值模擬，探討不同參數對頻散曲線之影響，其中包括敲擊延時(1000 μ s、500 μ s、300 μ s)、灌漿體材料為混凝土以及埋置深度(表面、1m、3m)之影響。由 FLAC 所得不同點位的速度歷時透過快速傅立葉轉換(FFT)後，得到頻率域訊號，再經過頻譜分析計算其相位角，得到其頻散曲線，由不同收波器間距的頻散曲線集成複合頻散曲線，再繪製成一條“代表性”頻散曲線，以評估灌漿體埋置深度。由本研究結果顯示灌漿體的長度、寬度與高度以及埋置深度可由複合頻散曲線、“代表性”頻散曲線求出，而其品質可由頻散曲線所得之波速來判斷。

關鍵字：表面波譜法、地盤灌漿、頻散曲線。

Evaluating the depth of soil grouting by the dispersion curve

ABSTRACT

This study discuss the depth of soil grouting for impact of dispersion curve by SASW method. In this study, a numerical analysis software FLAC^{3D}, based on the finite difference method, was used to perform the analysis. The influence parameters on dispersion curve including during of loading, material property of soil grouting and the distance of ground surface and soil grouting. The numerical analysis was performed by adding a transient loading in source point and the velocity on various distance from source point was calculated by FLAC. Time domain signal is transformed to the frequency domain signal by FFT. Dispersion curve is obtained from phase difference that is calculated by the frequency spectrum analysis. A compound dispersion curve is obtained from the dispersion curves interval, and the representative dispersion curve is used to evaluate dimensions and quality of soil grouting. From the results show that the length, wide and depth of soil grouting can be found from the compound dispersion curve and the representative dispersion curve, as well as the quality of grouting is identified by shear wave by the dispersion curves.

Key Words: SASW Method, Soil Grouting, Dispersion Curve

一、前言

非破壞檢測 (Nondestructive Testing Method) 的方法因為具有大面積檢測、經濟、快速等優點，因此具有相當發展的潛力與空間。而表面波譜法(SASW)即是其中之一，其運用於探測土層特性之檢測技術逐漸受到重視，所以相關的研究也有增加之趨勢。

表面波譜法，為一種簡便、快速又經濟之非破壞震測試驗，此法是在表面安裝至少兩個收波器，使用鐵鎚敲擊偵測物表面，使其產生應力波在偵測物體內或表面傳播，再利用頻率域法(頻譜分析)推求雷利波相速度與視波長間之關係曲線，此關係曲線稱為頻散曲線，再經由頻散曲線反算程式，計算現地的土層分佈與不同土層深度之雷利波波速。

在本研究中以有限差分為基礎之數值分析軟體 FLAC^{3D} 程式來進行表面波譜法之數值模擬，探討影響參數對頻散曲線之影響，其中包括灌漿體材料性質為混凝土的敲擊延時(1000 μ s、500 μ s、300 μ s)以及埋置深度(表面、1m、3m)。

二、數值分析方法

本研究中所使用之 FLAC 程式(Fast Lagrangian Analysis of Continua) 由美國 Itasca Consulting Group Inc. 發展外顯有限差分法 (Explicit finite difference method) 數值分析軟體，適用於深開挖穩定、隧道開挖、邊坡滑動、基礎承載、土石壩分析等多項大地工程問題。其運算過程是以「時階」方式(time-step)來求解每一個節點的運動方程式，在每一個時階中，由系統每一節點的不平衡力，利用運動方程式求出節點的速度和位移，然後決定節點之應變增量；再利用應力應變組合律決定新的應力增量，藉此應力增量又可以更新節點的不平衡力，如此程式將反覆執行此運算步驟，直到各節點中最大的不平衡力趨近於零，達靜力平衡為止，計算流程如圖 1。

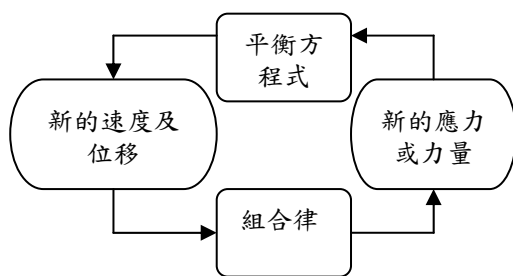


圖 1 FLAC 程式運算之步驟

在初始應力狀態的計算中，整個 FLAC 網格範圍為 30m*30m*30m 的立方體，如圖 2 所示而網格中每一元素大小 1m*1m*1m，在分析網格的四周設置無限邊界，避免波傳至邊界時產生反射現象。因表面波譜的振動不大所以土體一般皆假設仍在彈性範圍。而灌漿體的尺寸與埋置深度則如圖 3 所示。所以，本研究之分析模式採用彈性模式，其所需輸入之參數包括有

土壤單位重、剪力模數、體積模數等資料。為了更接近現地分析，本研究加入剪力模數隨深度增加而線性增加之 Fish 語言，即深度 Z 的剪力模數與體積模數可用下式表示：

$$\begin{aligned} G &= G_0 \times (1 + 0.1 \times Z) \\ K &= 2G \times (1 + \nu) / (3 \times (1 - 2 \times \nu)) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 G 為剪力模數、K 為體積模數、 ν 為泊松比、 G_0 為地表面的剪力模數、Z 為深度。

在 SASW 模擬分析中，本研究是利用一個半正弦函數的載重來模擬敲擊源(震源)產生能量(如圖 4、5)，而能量以實體波與表面波形式向四面散佈出去。紀錄分析過程中不同位置的網格節點處的速度歷時以模擬該位置速度計所量出的速度歷時反應，利用這些節點在分析所得到的速度歷時，透過快速傅立葉轉換成頻率域訊號，再透過頻譜分析得到兩收波器之相位差，再依此繪出其頻散曲線。本研究之灌漿體材料為混凝土將改變敲擊延時(1000 μ s、500 μ s、300 μ s)以及埋置深度(表面、1m、3m)等影響參數，以討論它們對頻散曲線之影響。

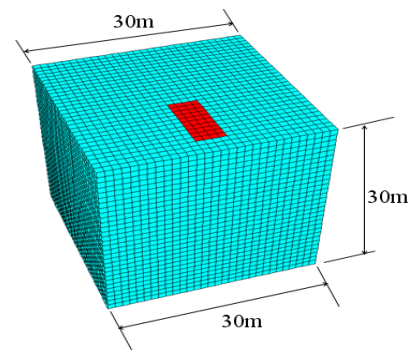


圖 2 網格示意圖

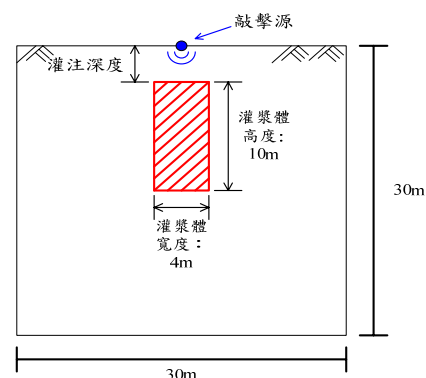


圖 3 灌漿體埋置深度立面圖

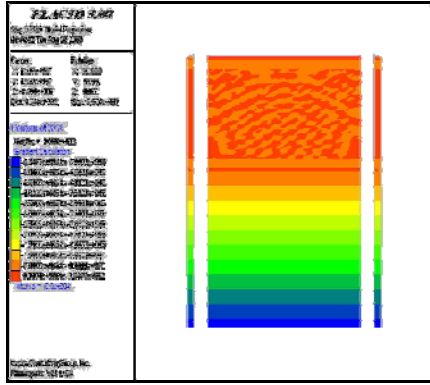


圖4 無灌漿體敲擊後示意圖

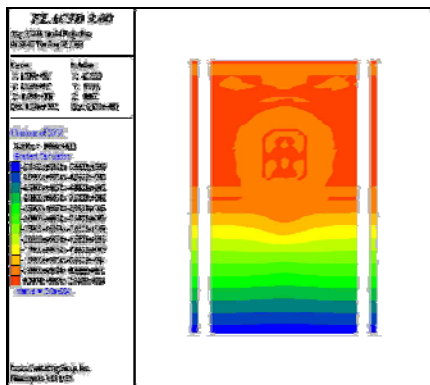


圖5 有灌漿體敲擊後示意圖

快速傅立葉轉換是 Cooley 與 Tukey 利用離散傅立葉轉換具循環重複之特性而發展出來的一種演算方法，此方法是將運算變數由十進位表示法改成二進位表示法，可大幅降低運算次數，但其資料點數需為 2 的冪次倍。若以資料點 n 有 1024 點為例，離散傅立葉轉換之運算次數為 $n \times 2^m$ ，而快速傅立葉轉換之運算次數為 $n \times 2m$ ，其中 m 是 n 以 2 為底之冪次項，因此可提高運算效率[3]。本研究利用 MATLAB 語言程式軟體來進行快速傅立葉轉換，來得到頻率域訊號。

相速度 (Phase velocity) 意指單一頻率之應力波波傳速度。在層狀土層內，表面波之傳遞速度會隨頻率之變化而改變，這種現象稱之為「頻散」，因此特定頻率下所對應相速度之集合，稱之為頻散曲線。頻散曲線可代表土層層理與其工程特性。

為了說明如何進行頻譜分析，以下分別介紹為線性譜、自能譜、互能譜、轉換函數的作法：

線性譜 (Linear Spectrum) $X(f)$:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (2)$$

其中 f 為頻率，而 x(t) 也可以寫成 X(f) 的算式:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{i2\pi ft} dt \quad (3)$$

在式(2)算出結果有分實部與虛部，由下式：

$$X(f) = \text{Real}[X(f)] + i \times \text{Img}[X(f)] \quad (4)$$

自能譜 (Auto Power Spectrum) $G_{xx}(f)$:

$$G_{xx}(f) = X^*(f)X(f) \quad (5)$$

其中 $X^*(f)$: 線性譜 X(f) 之共軛複數

互能譜 (Cross Power Spectrum) $G_{xy}(f)$:

$$G_{xy}(f) = Y(f)X^*(f) \quad (6)$$

轉換函數 (Transformation Function) $H_{xy}(f)$:

$$H_{xy}(f) = G_{xy}(f)/G_{xx}(f) \quad (7)$$

在傅立葉頻譜上，由轉換函數或是互能譜所計算之相位差是以摺合相角 (Wrapped phase) 之形式呈現，其值介於 $-\pi \sim \pi$ 之間，各種頻率所對應之相位差集合稱為相位譜 (phase spectrum)。摺合相角之產生是由特定頻率所對應互能譜之實部與虛部計算出來的，其計算方式為:

$$\psi_w = \tan^{-1}[\text{Img}(G_{xy})/\text{Real}(G_{xy})] \quad (8)$$

其中 G_{xy} 代表特定頻率所對應之互能譜，而 Img 為其虛部、 Real 為其實部。

為了計算相速度，必須將摺合相位角展開成未摺合相位角 (unwrapped phase) (如圖 6 所示)。相位角展開原則：相鄰兩取樣點位間的相位差其絕對值必須小於 180° ，否則後者需減去 360° 。然而未摺合之相位角因反射或折射波之干擾導致相位譜內的點位跳動太頻繁，使得反摺合的過程困難重重，因此對於反摺合的過程必須謹慎判讀才不會出差錯[3]。

由於脈衝震源試驗時，所使用之收波器皆有不同距離之差別，故震波到達收波器之時間也有分別。亦即，於頻率域兩個收波器所受到的訊號存在有相位差 $\theta(f)$ ，因此若針對同一頻率作頻譜分析，計算其

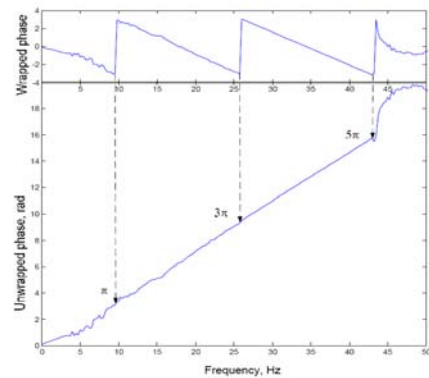


圖 6 比較摺合與未摺合相位譜

互能譜，即可求得兩收波器間的相位差。而震源與收波器間的傳遞時間 (travel time) t，可依下式(9)式求得

$$t = \frac{\theta(f)}{2\pi} \times T \quad \text{或} \quad t = \frac{\theta(f)}{2\pi} \times \frac{1}{f} \quad (9)$$

其中，T：週期(sec)

f：頻率(Hz)

$\theta(f)$ ：頻率 f 之相位差，以強度表示(rad)。

又兩收波器的間距為 Δx ，故頻率之雷利波傳速度 V_R 為：

$$V_R = \frac{\Delta x}{t} = \frac{(\Delta x \times 2\pi \times f)}{\theta(f)} \quad (10)$$

而視波長 λ 可由下式求得：

$$\lambda = \frac{V_R}{f} \quad \text{或} \quad \lambda = \frac{\Delta x \times 2\pi}{\theta(f)} \quad (11)$$

因此，當二收波器間之距離 Δx 、頻率與相位差 $\theta(f)$ 已知，可由式(9~11)計算求出雷利波波速與波長，即可建立 $V_R \sim \lambda$ 之關係圖，亦即所謂之雷利波頻散曲線。於穩態振動法之反算過程中通常使用經驗法則，假設整個表面波傳之能量集中於上半部波長範圍內，亦即假設在特定波長下所對應之相速度代表二分之一波長範圍內之土層特性。

$$D = \lambda/2 \quad (12)$$

其中 D 代表所對應之土層深度。而相速度所對應之剪力波速以下式來表示：

$$\frac{V_R}{V_S} \approx \frac{0.862 + 1.14\nu}{1 + \nu} \quad (13)$$

三、分析結果與討論

本研究應用頻散曲線評估地盤灌漿體埋置深度，其中將先由均一土層中建立一套決定頻散曲線的評估方法，再擴展至內含灌漿體之土層的模擬分析中。本節將把數值模擬分析之結果，透過傅立葉轉換及計算相位差後所得之頻散曲線圖，作一闡述說明。其中將會對各影響參數(敲擊延時與埋置深度)對頻散曲線之影響加以討論。茲將其說明如下：

- (1) 1000 μ s 之敲擊延時，分別在均一土層與灌漿體為混凝土且埋置深度為(表面、1m、3m)之土層，以五條不同震源測線來分析。
- (2) 500 μ s 之敲擊延時，分別在均一土層與灌漿體為混凝土且埋置深度為(表面、1m、3m)之土層，以五條不同震源測線來分析。
- (3) 300 μ s 之敲擊延時，分別在均一土層與灌漿體為混凝土且埋置深度為(表面、1m、3m)之土層，以五條不同震源測線來分析。其中佈設之測線分別如下：
 第一測線：震源位於座標(15,4)處，本測線正好在灌漿體表面的中央位置，在離震源 3m、6m、9m、12m、18m、24m 之 FLAC 網格節點上，計算並記錄其速度歷時反應，這些節點的位置是模擬實務上收波器的擺設位置。
 第二測線：在第一測線往右 1m 處，其震源座標為(16,4)，因灌漿體寬度 4m，所以本測線仍在灌漿體上方。
 第三測線：在第二測線往右 1m 處，其震源座標為(17,4)，本測線剛好在灌漿體邊緣處。
 第四測線：在第三測線往右 2m 處，其震源座標為(19,4)，本測線離灌漿體有 2m 的距離。
 第五測線：在第四測線往右 2m 處，其震源座標為

(21,4)，本測線離灌漿體有 4m 的距離。

上述測線之分佈圖如圖 7。因過去文獻指出，震源離第一收波器的間距最好等於第一收波器與第二收波器的間距。因此，本研究以四種間距來分析，分別為 3m、6m、9m、12m，而 3m 的間距將取離震源 3m 與 6m 的節點位置之速度歷時來分析；6m 的間距將取離震源 6m 與 12m 的節點位置之速度歷時來分析；9m 的間距將取離震源 9m 與 18m 的節點位置之速度歷時來分析；12m 的間距將取離震源 12m 與 24m 的節點位置之速度歷時。

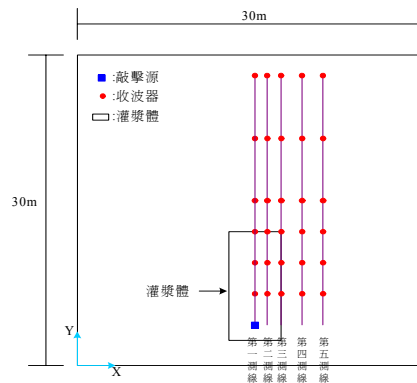


圖 7 測線分佈示意圖

3.1 敲擊延時(1000 μ s)之分析結果

3.1.1 灌漿體為混凝土且埋置深度在表面之情形

第一測線的複合頻散曲線如圖 8 所示，而其“代表性”頻散曲線如圖 9 所示。由圖 8 可看出，其與均一土層之頻散曲線有所不同，其中可看出間距 $D=3m$ 與 $D=6m$ 之波速數據高於 $D=9m$ 與 $D=12m$ 之數據，此結果可能是因為 $D=3m$ 與 $D=6m$ 所設置之收波器在混凝土上，而 $D=9m$ 與 $D=12m$ 的收波器則在混凝土後方之土壤上，以致其波速有明顯之差異，由此即可推算出灌漿體的長度。在透過圖 9 “代表性”頻散曲線圖，可看出大約在波長 $\lambda=10m$ 處有一轉折區域，由此可推算出混凝土灌漿體之深度大約為 10m，與本研究假設的深度符合。

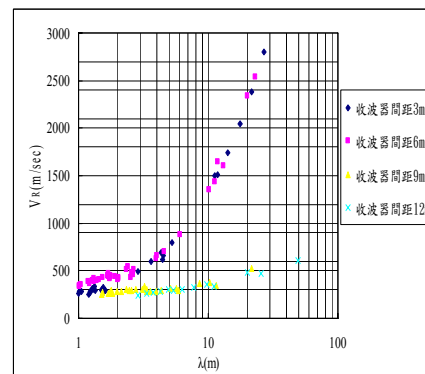


圖 8 第一測線之複合頻散曲線圖

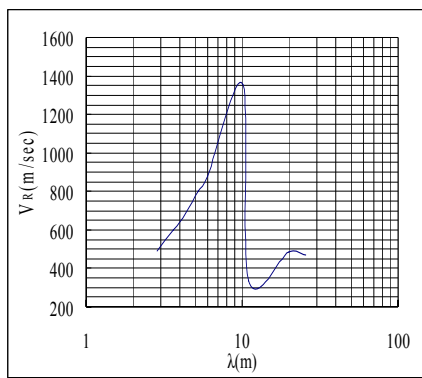


圖 9 第一測線之“代表性”頻散曲線圖

第二測線的複合頻散因第二測線仍在混凝土上方，所以所得到之結果與第一測線結果大致相同。

第三測線的複合頻散所得到之結果與第一、二測線結果也大致相同，但因本測線位於混凝土與土壤交界處，所以 $\lambda < 10\text{m}$ 的波速有較小的情形。

第四測線的複合頻散曲線如圖 10 所示，而其“代表性”頻散曲線如圖 11 所示。在第四測線中明顯發現與前三條測線不同，因為本測線已經不在混凝土灌漿體上方，因此所得到之結果與均一土層情況較為相似。在複合頻散曲線圖中，可以看出波速高於均一土層之波速，這可能是因為土層包含了混凝土灌漿體，所以可能是受到其影響而導致。而且因在混凝土塊表面上，所以在反射波的影響下，頻散曲線也較為零亂。第五測線的複合頻散曲線得到之結果與第四測線大致相同。

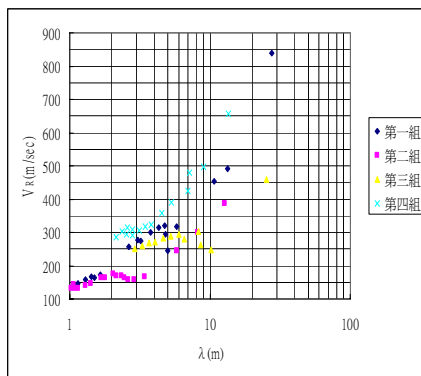


圖 10 第四測線之複合頻散曲線圖

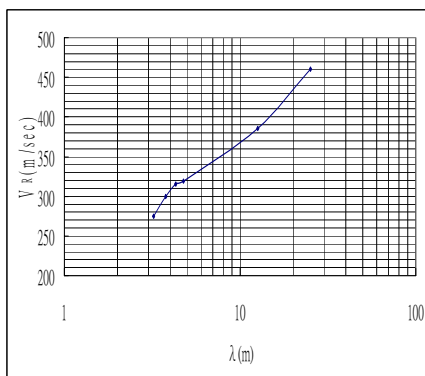


圖 11 第四測線之“代表性”頻散曲線圖

由上述五條測線的複合頻散曲線與“代表性”頻散曲線可以得到混凝土灌漿體之深度、長度及寬度。其中混凝土之寬度是由不同測線結果來得到；深度可由“代表性”頻散曲線的轉折點來看出；而長度可由複合頻散曲線的資訊得到。本研究之第一測線設置在灌漿體中央對稱位置上，由於第一測線至第三測線有明顯轉折區域且其相隔 2m 距離，所以即可推估灌漿體一半之寬度為 2m，而其完整寬度即為 4m，有此可見，以上所得到之結果與本研究所埋設之灌漿體尺寸符合。

3.1.2 灌漿體為混凝土且埋置深度為 1m 之情形

第一測線的複合頻散曲線如圖 12 所示，而其“代表性”頻散曲線如圖 13 所示。在透過圖 13 “代表性”頻散曲線圖，可看出大約在波長 $\lambda = 11\text{m}$ 處有一轉折區域，由此可推算出混凝土灌漿體之深度大約為 11m，與本研究所假設的深度符合。

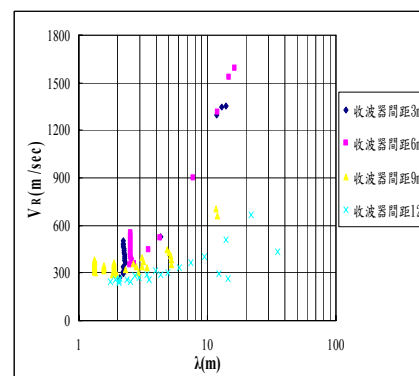


圖 12 第一測線之複合頻散曲線圖

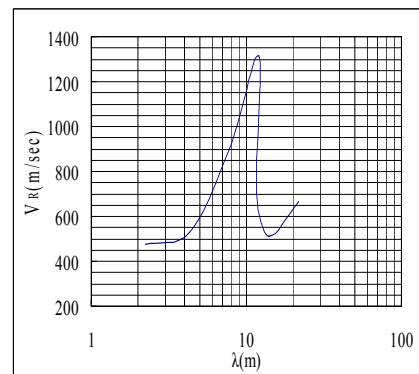


圖 13 第一測線之複合頻散曲線圖

第二測線的複合頻散結果與第一測線大致相同，所以可以偵測得到灌漿體之長度與深度。第三測線的複合頻散曲線與前兩種測線之結果也大致吻合。

當埋置深度 1m 時第四測線和第五測線的複合頻散曲線並未在灌漿體上方因此與均一土層情況較為相似。

3.1.3 灌漿體為混凝土且埋置深度為 3m 之情形

第一測線的複合頻散曲線如圖 14 所示，而其“代表性”頻散曲線如圖 15 所示。在透過圖 15 “代表性”頻散曲線圖，可看出大約在波長 $\lambda = 13\text{m}$ 處有一轉折

區域，由此可推算出混凝土灌漿體之深度大約為13m，與本研究所假設的深度符合。

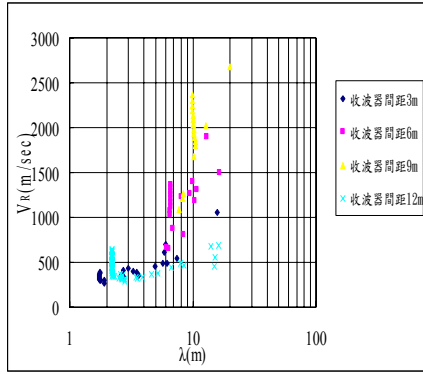


圖 14 第一測線之複合頻散曲線圖

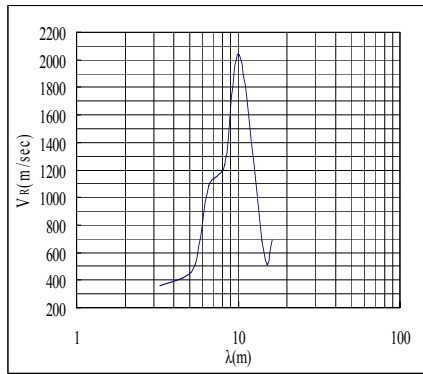


圖 15 第一測線之複合頻散曲線圖

第二測線的複合頻散結果與第一測線大致相同，所以可以偵測得到灌漿體之長度與深度。第三測線的複合頻散曲線與前兩種測線之結果也大致吻合。

同理，當埋置深度為3m時因第四測線和第五測線的複合頻散曲線並未在灌漿體上方因此與均一土層情況較為相似。

在此案例中可以得到灌漿體之埋置深度，儘管灌漿體材料都是混凝土，但隨著埋置深度的改變，還是可以從頻散曲線圖當中，看出灌漿體所埋設的位置以及其尺寸大小。

另外由試驗結果顯示，不論是灌漿體的埋置深度為表面、1m、3m皆可由SASW法測得其尺寸，但是在使用敲擊延時(500µs)如圖16、17和敲擊延時(300µs)如圖18、19跟敲擊延時(1000µs)相比下，並無太大的差異，可能跟本研究的條件與範圍有關。

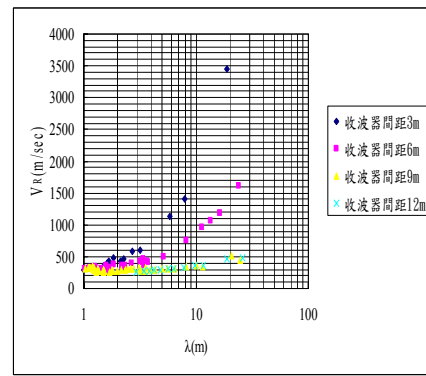


圖.16 500µs 第一測線之複合頻散曲線圖

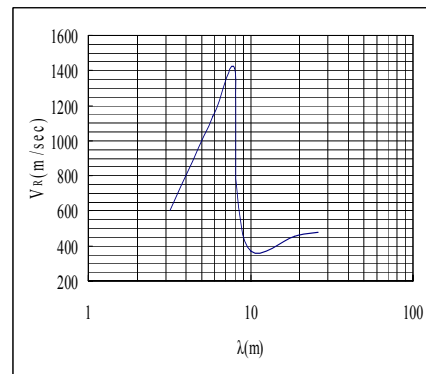


圖.17 500µs 第一測線之代表性頻散曲線圖

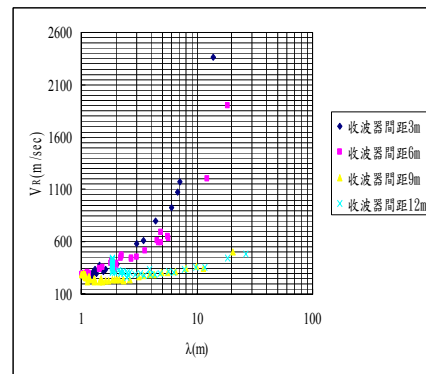


圖.18 300µs 第一測線之複合頻散曲線圖

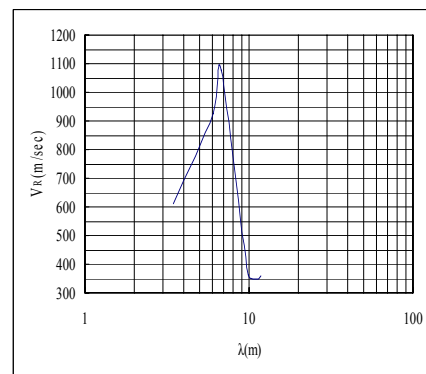


圖.19 300µs 第一測線之代表性頻散曲線圖

四、結論

本研究應用表面波譜法調查灌漿體的範圍與品質的可行性做了一系列的探討，其中本研究針對灌漿體的埋置深度、敲擊延時等參數進行討論，茲將這些分析結果整理成下列結論：

1. 在本研究的討論範圍內，改變敲擊延時對於本研究並無明顯影響，三種不同延時(1000 μ s、500 μ s、300 μ s)所得到的結果幾乎相同。
2. 透過不同震源測線的複合頻散曲線可以得到灌漿體之寬度。利用不同間距的收波器量測結果，可以推估灌漿體之長度。
3. 在本文中隨著埋置深度的不同(表面、1m、3m)，透過“代表性”頻散曲線圖可看出，在波長 λ 大約為10m、11m、13m處有一明顯轉折區域，所以本研究認為可以用波長 λ 來判斷灌漿體的深度。

誌謝

本文感謝國科會(計畫編號 NSC 96-2622-E-324-012-CC3)支持研究經費以及中興顧問社提供 FLAC3D 軟體，使本研究得以順利進行，特此致謝。

參考文獻

- [1] 江福壽，「頻散曲線評估土層剪力波速剖面之初步研究」，碩士論文，國立成功大學土木工程研究所(2004)。
- [2] Bolt, B.A., *Earthquakes: A Primer*. Freeman, W.H. and Company, San Francisco, 1978.
- [3] 黃俊豪，「應用表面波譜法調查土層剪力波速之研究」，碩士論文，國立成功大學土木工程研究所(2003)。
- [4] 林盈政，「表面波譜法應用於偵測地下管線技術之初步研究」，碩士論文，國立成功大學土木工程研究所(1996)。
- [5] 李咸亨，「震波之量測」，地工技術雜誌，第十七期(1987)。
- [6] 倪勝火，「表面波譜法之分析與運用」，地工技術雜誌，第5-18頁，第八十六期(2001)。
- [7] 林進興與蘇百加，「表面波譜法之實務與運用」，地工技術雜誌，第19-28頁，第八十六期(2001)。
- [8] 羅俊雄，「地震資料處理及基本應用」，地工技術雜誌，第九期(1985)。
- [9] 陳彥亨，「高低頻法於表面波譜法之應用分析」，碩士論文，國立成功大學土木工程研究所(2005)。
- [10] 潘建志，「表面波譜法反算土層剪力波速之探討」，碩士論文，國立成功大學土木工程研究所(2002)。
- [11] 常正之，「應用雷利波散射取限反算土層動態參數之研究」，博士論文，國立成功大學土木工程

研究所(1993)。

- [12] 康裕明，「陣列式表面波頻譜法在檢測黏土剖面變化之應用」，碩士論文，逢甲大學土木工程學系(2005)。
- [13] Nazarian S. and Stokoe II, K. H. ,*In Situ Determination of Elastic Moduli of Pavement Systems by Spectral-Analysis-of-Surface-Wave Method (Practical Aspects)*, Center for Transportation Research, The Univ. of Texas at Austin, 1985.
- [14] Rayleigh L., "On Waves Propagated Along the Plane Surface of an Elastic Solid," London Mathematical Society Proc, 1885.
- [15] 黃清林，「表面波頻散曲線異常跳動現象之探討」，碩士論文，逢甲大學土木工程學系(2004)。