

## 開口槽溝對基礎振動之隔震效應研究

蔡佩勳<sup>1</sup>、梁瑞盛<sup>2</sup>

<sup>1</sup>朝陽科技大學營建工程系助理教授 <sup>2</sup>朝陽科技大學營建工程所研究生

### 摘要

本文利用二維頻率域邊界元素法，針對無質量剛性條形基礎在垂直簡諧外力作用下，以開口槽溝作為主動隔震機制，研究槽溝後方土壤地表振幅大小。並針對各種震波阻隔影響參數如土壤材料性質（柏松比、阻尼比），槽溝斷面尺寸（寬度，深度）及位置等加以探討，整理出結果及建議，作為日後施工之參考。由本文研究之結果顯示開口槽溝對寬度阻隔效果之影響可忽略，槽溝最佳深度為 0.75 倍雷利波波長，槽溝最佳斷面積為 0.2 倍雷利波波長平方，槽溝與振動基礎之中心距以 1.5 倍雷利波波長為最佳。

關鍵字：邊界元素法，槽溝，震波阻隔。

## The Study of the Wave Screening Effectiveness of Vibrating Foundation Using Open Trenches

Pei Hsun Tsai<sup>1</sup>, Jui Sheng Liang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Assistant Professor of Department of Construction Engineering, Chaoyang University of Technology

<sup>2</sup>Graduate Student of Department of Construction Engineering, Chaoyang University of Technology

### ABSTRACT

This paper investigates the screening effectiveness of strip foundation subjected to vertical harmonic vibration using open trenches. Two-dimensional boundary element method in frequency domain is used in this study. The main parameters considered in this study include Poisson's ration, material damping ratio, and open trench dimensions, which include width, depth, cross-sectional area and position. Using of open trench as barrier, the material damping ratio and Poisson's ratio of soil and width of open trench are insignificant on screening effectiveness. The optimized depth of open trench is suggested to be  $0.75 L_r$ , in which  $L_r$  is defined to be the Rayleigh wavelength. The cross section area of open trenches are suggested to be  $0.2 L_r^2$ . The results of this study show that the optimized distance between the trench and foundation is about  $1.5 L_r$ .

Keywords : boundary element method, trench, isolation.

### 一、前言

隨著工商業的發展及生活品質的提升，人們要求廠房機械的精密性及生活上的舒適性已經十分迫切了。然而由於施工或機械所產生之振動，常對於周圍地表環境造成某一程度的影響，因此如何阻隔 (isolation) 震波，使之對周圍環境的影響減至最低，已成為一個重要的課題。一般而言，槽溝 (trench) 在工程上可用於減低人為震源、交通或機械所引起的地表震動，如能解決穩定性之問題，以開口槽溝 (open trench) 來阻隔震波不失為一種有效方法。隔震這類問題的關鍵通常與介質材料的性質和槽溝幾何尺寸有關，其中震波阻隔效果涉及複雜的應力波傳行為。本文將研究以開口槽溝作為屏障，放置於震源與保護區間，探討其對震波阻隔之有效性。本文應用二維頻率域之全平面基本解【1】(fundamental solution)、Betti's 交換定理【2】及輻射條件 (radiation condition)，導出邊界積分方程式，再以常數元素

(constant element) 將邊界離散化，以邊界元素法 (boundary element method) 求出槽溝後方之地表振幅 (amplitude)。

本文將針對無質量剛性條形基礎，在簡諧外力作用下，探討以開口槽溝作為主動隔震機制，研究槽溝後方土壤地表振幅大小，並針對各種影響參數對震波阻隔之影響加以探討，如土壤材料性質，槽溝尺寸，埋設位置等，並將研究結果加以整理，並作成建議，作為日後施工之參考。

### 二、數值方法

本分析假設土壤為二維線彈性、均質且均向之介質材料，將時間域之運動方程式以 Fourier 轉換轉至頻率域，且應用頻率域之無限域基本解及貝氏交換定理導出邊界積分方程式，並引入材料阻尼於系統中。為求簡化及不失精度，邊界之元素離散，採常數邊界元素，利用介質域之邊界條件代入聯立代數邊界積分方

程式，求得其重要物理量即地表振幅 (amplitude) 與曳引力 (traction)。

在均質均向之線彈性介質，且振動外力為簡諧外力作用下，利用 Fourier 轉換將在時間域控制方程式轉至頻率域之控制方程可表示為：

$$\mu \nabla^2 u(x, \omega) + (\lambda + \mu) \nabla \nabla u(x, \omega) + \rho f(x, \omega) = -\rho \omega^2 u(x, \omega) \quad (1)$$

其中  $f(x, \omega)$  為徹體力 (body force)，本文假設為零。頻率域之邊界條件：

$$u(x, \omega) = u_b(x, \omega) \quad (2.1)$$

$$t(x, \omega) = t_b(x, \omega) \quad (2.2)$$

$x$  於邊界  $\partial D$  上。

式中  $u_b(x, \omega)$  代表頻率域邊界  $\partial D$  上之已知位移，

$t_b(x, \omega)$  代表頻率域邊界  $\partial D$  上之已知曳引力。

若有 A, B 兩組力系，則由功能互換定理，即貝氏交換定理知：

$$\int_{\Gamma} t_i^A(x, \omega) u_i^B(x, \omega) d\Gamma + \int_s f_i^A(x, \omega) u_i^B(x, \omega) ds = \int_{\Gamma} t_i^B(x, \omega) u_i^A(x, \omega) d\Gamma + \int_s f_i^B(x, \omega) u_i^A(x, \omega) ds \quad (3)$$

式中， $u_i^A(x, \omega)$  與  $u_i^B(x, \omega)$  分別為兩力系之位移場， $f_i^A(x, \omega)$  與  $f_i^B(x, \omega)$  為兩力系之徹體力，而  $t_i^A(x, \omega)$ ， $t_i^B(x, \omega)$  為兩力系之曳引力。設 A 力系為基本解的力系，B 力系為振動彈性體之力系。基本解之定義為全平面內，在點  $Q(y)$  沿  $e_j$  方向加一單位力，而於另一點  $P(x)$  在  $e_i$  方向所引起之位移及曳引力如圖一所示，其中 Q 點稱為載重點 (loading point)，P 點稱為場點 (field point) 或觀測點 (observation point)，將位移場之基本解表為  $U_{ij}(x, y, \omega)$ ，曳引力場表為  $T_{ij}(x, y, \omega)$ 。其中  $x, y$  分別代表 P, Q 之位置向量，若不考慮徹體力，二維全平面的基本解必須滿足下式

$$\mu \nabla^2 \bar{u}(x, y, \omega) + (\lambda + \mu f) \nabla \nabla \bar{u}(x, y, \omega) + \rho \omega^2 \bar{u}(x, \omega) = -\delta(y - x) \quad (4)$$

設  $U$  為滿足上式之基本解，則  $U$  可表示為：

$$U_{ij}(x, y, \omega) = \frac{i}{4\mu} \{ [H_0^1(k_T r) - (k_T r)^{-1} H_1^1(k_T r) + (k_L / k_T)^2] (k_T r)^{-1} H_1^1(k_T r) \delta_{ij} - r_i \{ H_0^1(k_T r) - 2(k_T r)^{-1} H_1^1(k_T r) - (\frac{k_L}{k_T})^2 \} \{ H_0^1(k_T r) - 2(k_T r)^{-1} H_1^1(k_T r) \} \} \quad (5)$$

上式(5)中， $H_0^{(1)}$ ， $H_1^{(1)}$  為第一類第零階與第一階 Hankel 函數，分子之  $i = \sqrt{-1}$ 。 $\delta_{ij}$  為 delta 函數，當  $i=j$ ， $\delta_{ij}=1$ ，而其他  $i \neq j$  時， $\delta_{ij}=0$ ，式中 ( $r=|x-y|$ )，另外，

$$k_T = \frac{\omega}{C_T}, C_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (6.1)$$

$$k_L = \frac{\omega}{C_L}, C_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (6.2)$$

$C_T$  為剪力波波速， $C_L$  為壓力波波速，而  $k_T, k_L$  則分別為剪力波、壓力波數 (wave number)。將 A, B 兩力系代入(式 3) 得：

$$\int_{\partial D + \partial R} [t_i(x, \omega) U_{ij}(x, y, \omega) - T_{ij}(x, y, \omega) u_i(x, \omega)] d\Gamma = u_j(x, \omega), y \text{ 屬介質 } D \text{ 內} \quad (7)$$

以上積分在無窮遠的邊界  $\partial R$ ，因滿足 Sommerfield 【1】之幅射條件，無窮遠的邊界  $\partial R$  之積分值為零，故 (式 7) 可化為下式：

$$\int_{\partial D} [t_i(x, \omega) U_{ij}(x, y, \omega) - T_{ij}(x, y, \omega) u_i(x, \omega)] d\Gamma = u_j(y, \omega) \quad (8)$$

若使  $y$  趨近邊界時，可建立邊界積分方程式：

$$\int_{\partial D} [t_i(x, \omega) U_{ij}(x, y, \omega) - T_{ij}(x, y, \omega) u_i(x, \omega)] d\Gamma = C_{ij} u_i(y, \omega) \quad (9)$$

當  $y$  在平滑邊界上且應用常數元素時，根據 Cauchy 主值觀念。

$$C_{ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij} \quad (10)$$

切割為  $n$  個常數元素，則邊界積分方程式 (式 9) 離散化，成為  $n$  個方程式：

$$C_{ij} u_i + \sum_{j=1}^n \tilde{H}_{ij} u_j = \sum_{j=1}^n G_{ij} t_j \quad (11)$$

其中

$$C_{ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij} \quad (11.1)$$

$$\tilde{H}_{ij} = \int_{\Gamma_j} T_{ij}(x, y, \omega) d\Gamma_j \quad (11.2)$$

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} U_{ij}(x, y, \omega) d\Gamma_j \quad (11.3)$$

(式 11)可改寫為：

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} u_j = \sum_{j=1}^n G_{ij} t_j \quad (12)$$

其中

$$H = C + \tilde{H} \quad (12.1)$$

(式 12)以矩陣形式表示，可表示如下：

$$H \cdot U = G \cdot T \quad (13)$$

將邊界條件代入上式，可整理成以下形式：

$$A \cdot X = F \quad (14)$$

此式為複數線性方程式，可用高斯消去法將未知向量  $X$  解出後，即可得邊界上所有元素之位移振幅及曳引力。

基礎在土壤上之振動能量，藉著應力波形式傳遞，將隨著距離延伸而有衰減 (decay) 的現象，稱為幾何阻尼 (又稱輻射阻尼)，對於能量之消散，除了幾何阻尼外，尚須考慮土壤的材料阻尼 (material damping) (又稱內阻尼)，一般常使用與頻率無關之線性遲滯阻尼，在頻率域分析振動問題時，可經由對應原理 (correspondence principle) 【3】將此材料阻尼引入系統計算。

$$* = (1 - 2i\beta) \quad (15.1)$$

$$\lambda^* = \lambda(1 - 2i\beta) \quad (15.2)$$

$$c_L^* = c_L \sqrt{1 - 2i\beta} \quad (15.3)$$

$$c_T^* = c_T \sqrt{1 - 2i\beta} \quad (15.4)$$

其中  $\beta$  為土壤的材料阻尼比

\*表複數型態之數值。

### 三、分析模式

基礎受動力反應，可將基礎視為單自由度之“質量-彈簧-阻尼器” (mass-spring-dashpot) 振盪系統，如圖二所示。Beskos 等人 (1986) 【4】指出無質量基礎受外力振動與含質量基礎之分析結果誤差僅約 1.5%，故本文使用無質量基礎分析，而阻尼效應可藉由上述對應原理，引入系統內計算。再考慮基礎為剛性 (rigid) 且假設土壤與基礎表面為完全接合 (bonded contact)，即基礎振動時不會跳脫土壤。在基礎施加一單位位移，而在土壤表面曳引力為零

(traction free) 的條件下，利用上述邊界積分方程式，可求出邊界上各點主要物理量，即振幅與曳引力。

$$\text{定義：} A_r (\text{振幅降低比}) = \frac{\text{有槽溝之地表振幅}}{\text{無槽溝之地表振幅}} \quad (16)$$

而槽溝之震波阻隔效率則以  $\bar{A}_r$  (平均振幅降低比) 表示：

$$\bar{A}_r = \frac{1}{L} \int A_r(x) dL \quad (17)$$

上式中， $\bar{L}$  約取槽溝後 7 倍之剪力波長長度。

若  $\bar{A}_r$  為 20% 則表示該阻隔機制可減少 80% 的震波。

因此  $\bar{A}_r$  愈低，則表示槽溝後方地表振幅愈小，震波阻隔愈佳。一般而言，若無特殊規定  $\bar{A}_r$  小於等於 25%

【5】，則可認定阻隔成功，當  $\bar{A}_r$  大於一時，表示槽溝後方之振幅比未設槽溝前還要來的大，可能係槽溝因波的反射與折射引起之放大效果所致。

為了方便應用計算結果，本文所有參數皆以雷利波 (Rayleigh wave) 波長  $L_r$  作為正規化參數，例如正規化寬度參數  $W$  等於槽溝寬度  $w$  除以  $L_r$ ，深度參數  $D$  等於槽溝深度  $d$  除以  $L_r$ ，面積參數  $A$  等於  $D \cdot W$ ，距離參數  $L$  等於槽溝至基礎中心距  $l$  除以  $L_r$  如圖三所示，如此可在不同外力頻率振動直接針對波長換算對應之最佳槽溝尺寸。

為了確認本文所使用之數值程式正確無誤，本研究先以程式分析條形振動基礎之垂直振動柔度函數  $F(\omega)$  與 Gazetas and Roesset 【6】及 Israil and Ahmad 【7】作一比較。如圖四、五所示。分析結果顯示與它們所作之研究相當接近。

本文在分析開口槽溝對振動基礎主動阻震效應中，其典型元素長度大小及離散範圍如圖六所示【8】，其它個案研究亦採用相當元素網分析。在基礎邊界上之元素因其在震源處對精度結果影響較大，故採用較細的元素網格，開口槽溝因其幾何尺寸轉折，應力波會在開口槽溝處產生阻隔、散射、繞射和反射等作用，因此對精度結果之影響亦不可忽略，故元素網格也不可過小以免產生誤差。而距離基礎及開口槽溝愈遠的地方時，因對分析結果精度影響較小，故採較大的離散元素長度。因此本文所採用之元素網格尺寸，在基礎下取採 1/50 倍  $L_r$ ，開口槽溝附近採 1/40 倍  $L_r$ ，地表元素尺寸則隨距離增加逐次減少至 1/10 倍  $L_r$ 。

### 四、結果與討論

在開口槽溝幾何尺寸部份，將探討開口槽溝寬度參數  $W$ ，深度參數  $D$ ，距離參數  $L$ ，面積參數  $A$ ，對震波阻隔影響。分別就不同土壤柏松比  $\nu = 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45$ ，土壤材料阻尼比  $\beta = 0, 0.02, 0.04, 0.06$  做討論。分析所得結果以正規化參數對平均振幅降低比  $\bar{A}_r$  之關係曲線來繪制，以表示出各影響參數

對震波阻隔之影響。本文所採用之土壤其雷利波波速=250m/sec；基礎半寬因子 B (基礎半寬除以  $L_r$ ) =0.25。基礎振動頻率  $f$  為 50Hz。

槽溝深度對震波阻隔效果之影響，如圖七、八所示，當槽溝深度較淺時 ( $D$  小於 0.5) 阻隔效果並不佳，而當深度增至某一定值時 ( $D=0.75$ )，阻隔效率大幅提升，但再持續增加深度時，對震波的影響就沒有明顯的增加。因此可看出深度對震波阻隔有一定的影響，但到達一定程度時影響效果就不那麼顯著，因此，最佳槽溝深度為 0.75 倍雷利波波長。同時由圖可看出，不同柏松比的影響曲線相異不大，因此柏松比對槽溝深度之影響不大。而不同的阻尼比曲線亦顯現差異不大的隔震效果，但可看出具有較高阻尼之土壤材料，可提高阻隔效果。

槽溝寬度對震波阻隔之影響，以槽溝寬度參數  $W$  與平均振幅降低比之關係曲線表示，如圖九、十所示。由圖形可看出土壤材料柏松比與阻尼比對關係曲線的影響是不大的，而阻隔的效果隨著寬度的增加有些許的降低。這是由於當寬度增加時表示自由面長度亦越大，槽溝較靠近震源時，實體波的影響不可忽略，所以會有較多的實體波轉成表面波，而造成阻隔效果不佳，但整體而言，槽溝寬度對震波阻隔的考慮是可忽略的。

槽溝斷面積對震波阻隔之影響，以槽溝面積參數  $A$  與平均振幅降低比之關係曲線表示，如圖十一所示。由圖可看出，大體而言隨著面積的增加，阻隔的效率亦隨著增加。但是面積小於 0.15 倍雷利波波長的平方時，阻隔效果的變異量就比較大，此原因是由於阻隔機制的不同所導致。一個窄而深的槽溝與一個寬而淺的槽溝可能面積相同，但是深度的影響遠大於寬度的影響，因此才產生如此的變化，由圖顯示當面積到達 0.2 倍雷利波波長平方時，平均振幅降低比即趨於穩定，因此最經濟之開口槽溝斷面為 0.2 倍雷利波波長平方。最後以非線性迴歸分析所得之迴歸方程式表示如下：

$$\ln(\bar{A}_r) = -0.315183 * \ln(A) - 2.39051 \quad (18)$$

以上迴歸公式係以柏松比 0.25，阻尼比 0.06，槽溝距振動基礎為一倍雷利波波長之分析結果求出。

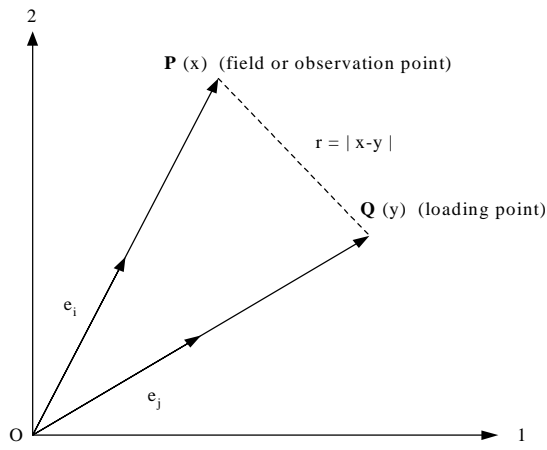
槽溝距離對震波阻隔之影響，如圖十二、十三所示。槽溝的位置通常會影響震波繞射的行為，在接近震源處，實體波在地表下衰減 (decay) 的程度較表面波小，故實體波的影響較表面波來的大，在  $L$  較小時，主要是阻隔實體波，因此對於較淺的槽溝會有較多的實體波由槽溝下方通過，所以柏松比的變化，會使阻隔效率波動較大。而當  $L$  較大時主要阻隔表面波，因為幾何阻尼的效應使得隔震效果隨著距離增加而增加，而柏松比的影響就顯較小。對於深的槽溝波要繞射不易，故距離對深槽並不是一個重要參數。而由圖形可看出槽溝設置在 1.5 倍雷利波波長的距離時可得到最佳的隔震效果。

## 五、 結論

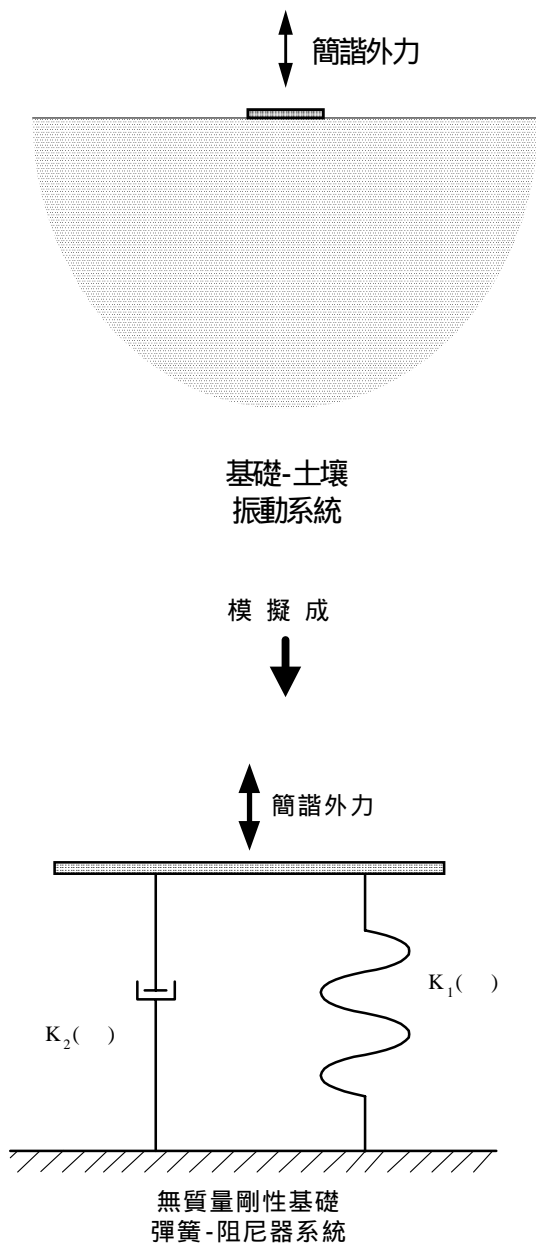
1. 開口槽溝深度對震波阻隔之影響較寬度大。阻隔效果隨槽溝深度的增加而增加，在本文之分析範圍中，槽溝深度以 0.75 倍雷利波波長為最佳尺寸。
2. 開口槽溝寬度對阻隔效果的影響可以忽略。
3. 土壤材料阻尼比與柏松比影響震波阻隔有限。
4. 開口槽溝，阻隔的效果隨著槽溝斷面積的增加而增加，而最佳斷面積為 0.2 倍雷利波波長平方。
5. 槽溝位置除了在淺槽近距離時受柏松比變化較大，一般而言，槽溝距離影響震波阻隔不大。槽溝距離振動基礎以 1.5 倍雷利波波長為最佳距離。

## 六、 參考文獻

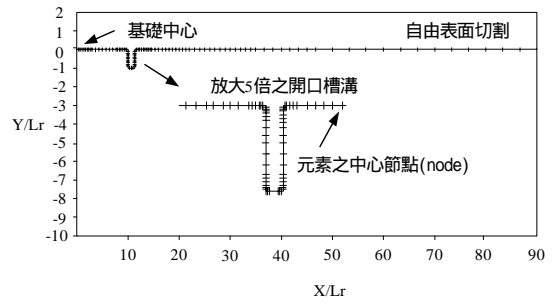
1. Kitahara, M., Boundary Integral Equation Methods in Eigenvalue Problem of Elastodynamics and Thin Plates, Elsevier Science Publishers, B.V. (1985).
2. Gutfreund, H. and I. Meroz, Potential Methods in the Theory of Elasticity, Israel Program for Scientific Translations, Ltd., pp. 5-48 (1965).
3. Lysmer, J., "Foundation Vibrations with Soil Damping," Proceedings, 2nd ASCE Conference on Civil Engineering and Nuclear Power, Knoxville, Tennessee, Vol. , Paper 10-4, pp. 1-18 (1980).
4. Beskos, D. E., G. Dasgupta, and I. G. Var-doulakis, "Vibration Isolation Using Open or Filled Trench. Part 1: 2-D Homogeneous," Computational Mechanics, 1(1), No. 1, pp. 43-63 (1986).
5. Woods, R. D., "Screening of Surface Waves in Soils," J. Soil Mech. Found. Div., ASCE. 94(4), pp 951-979 (1968).
6. Gazetas, G., and Roesset, J. M. "Vertical Vibration of Machine Foundations," J. Geotech. Engrg. Div., Vol.105, No. GT12, December, pp.1435-1454 (1979).
7. Israil, A. S. M. and Ahmad, S. "Dynamic Vertical Compliance of Strip Foundation in Layered Soils," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.18, pp.933-950 (1989).
8. 洪昌祺, "矩形槽溝對沉埋基礎振動阻隔效應之分析", 碩士論文, 國立成功大學土木工程研究所, 臺南, (1992)。



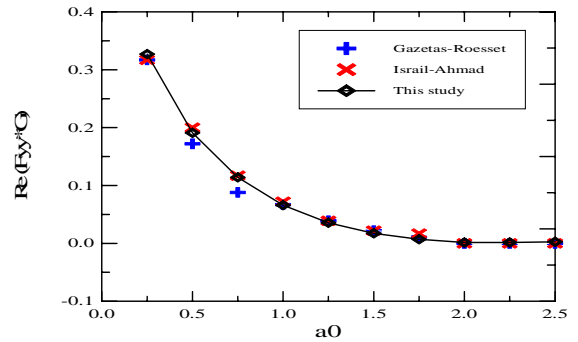
圖一 二維平面之載重點與場點



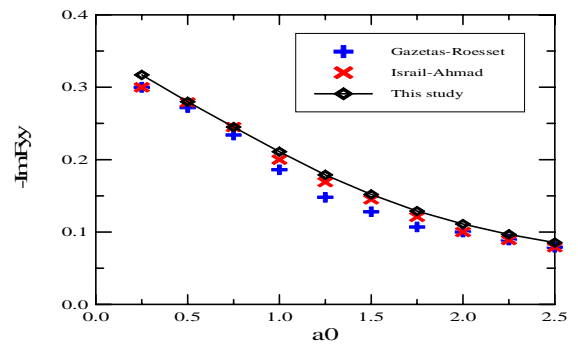
圖二 質量-彈簧-阻尼器之振盪系統



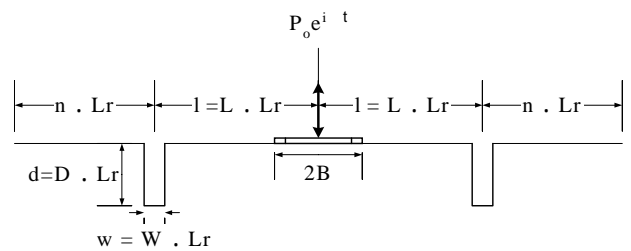
圖三 開口槽溝對震波阻隔控制之典型元素網



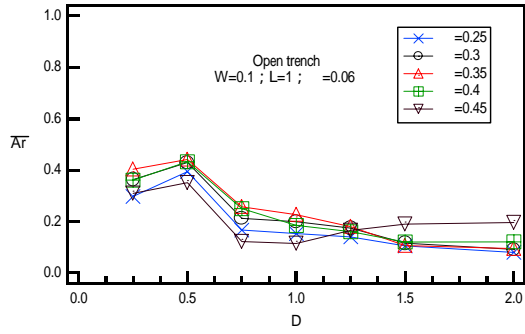
圖四 半平面垂直動力柔度函數 (實部) 精度比較



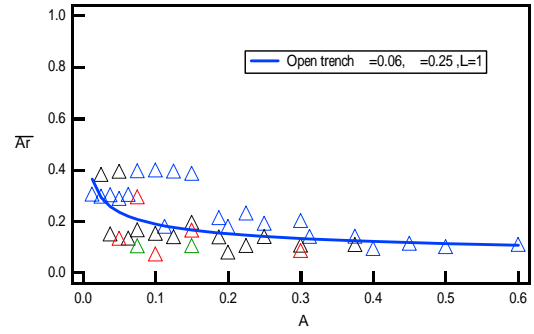
圖五 半平面垂直動力柔度函數 (虛部) 精度比較



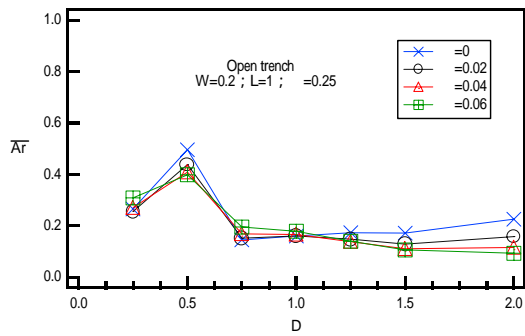
圖六 開口槽溝主動控制幾何參數



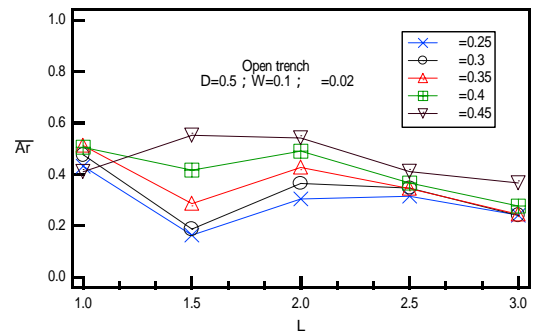
圖七 開口槽溝深度對震波阻隔控制之影響  
( $W=0.1, L=1, \alpha=0.06$ )



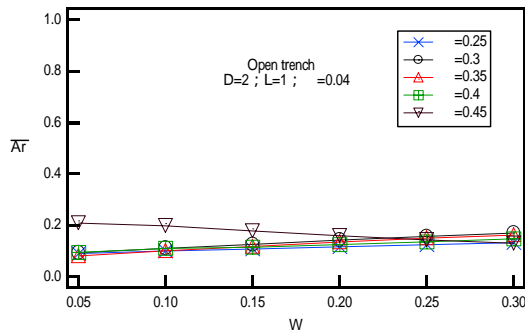
圖十一 開口槽溝面積對震波阻隔控制之影響  
( $\alpha=0.25, \alpha=0.06, L=1$ )



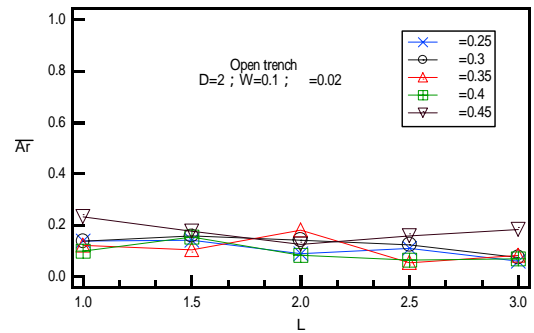
圖八 開口槽溝深度對震波阻隔控制之影響  
( $W=0.2, L=1, \alpha=0.25$ )



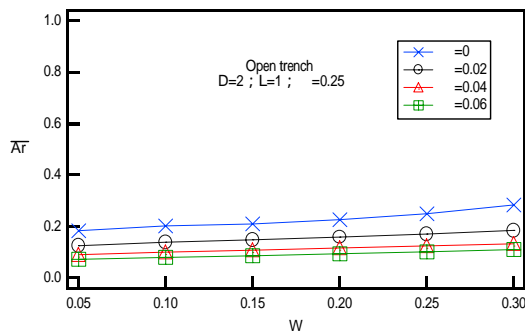
圖十二 開口槽溝距離對震波阻隔控制之影響  
( $D=0.5, W=0.1, \alpha=0.02$ )



圖九 開口槽溝寬度對震波阻隔控制之影響  
( $D=2, L=1, \alpha=0.04$ )



圖十三 開口槽溝距離對震波阻隔控制之影響  
( $D=2, W=0.1, \alpha=0.02$ )



圖十 開口槽溝寬度對震波阻隔控制之影響  
( $D=2, L=1, \alpha=0.25$ )