朝陽科技大學 九十四 學年度第 二 學期期中(末)考試用紙

平時

系級	營建一A.B	科目	微積分(II)	考試日期	2006,3,27	頁碼/總頁數	
雙面印刷	可 ___ 不可 ___	張數	原稿___頁x_____(總份數)	命題教師簽章	Shih-Tsung Hsu	評分	

1.請以黑色筆正楷書寫。 2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制： 班級： 學號： 姓名：

1. $\int x\cdot\sqrt{2x-1}\,dx$

2. $\int_1^5 \frac{x}{\sqrt{2x-1}}\,dx$

3. $f(x)=\ln\frac{x(x^2+1)^2}{\sqrt{2x^3-1}}$，求 $f'(x)$

4. $y=(2x+3)^x$，求 y'

5. $\int\frac{1}{x\cdot\ln x}\cdot dx$

6. 證明 $\int\sec x\cdot dx=\ln|\sec x+\tan x|+C$

7. $\int\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+x}\cdot dx$

8. 求 $f(x)=\sqrt{2x-3}$ 之反函數，並驗核之

9. 若 $g(x)$ 為 $f(x)$ 之反函數，證明
$$g'(x)=\frac{1}{f'(g(x))}$$

10. 若 $f(x)=\frac{1}{4}x^3+x-1$，試問：
 a. $x=3$ 時，$f^{-1}(x)=?$
 b. $x=3$ 時，$(f^{-1})'(x)=?$
 註：$x^3+4x-16=(x-2)(x^2+2x+8)$

11. $\int\sin x\cdot e^{\cos x}\,dx$

12. $\int_0^1\frac{e^x}{1+e^x}\,dx$

13. $\ln(2x-3)=5$，$x=?$

14. 證明下列二公式：
 (1) $\frac{d}{dx}[a^x]=\ln a\cdot a^x$
 (2) $\frac{d}{dx}[\log_a x]=\frac{1}{\ln a}\cdot\frac{1}{x}$

15. $\int x\cdot(5^{-x^2})\cdot dx$

16. 設 p=存款，t=存款年，r=年利率，n為年計息次數，A=本利和。證明：
 (1) 每年計息n次：$A=p\cdot(1+\frac{r}{n})^{nt}$
 (2) 連續計息：$A=p\cdot e^{rt}$

17. 老王退休金為500萬，年利率為18%，求10年後老王的本利和有多少？
 (a) 每月計息
 (b) 連續計息

18. (1) 設 $dy/dt=k\cdot y$ (k為常數)，證明其通解為：$y=C\cdot e^{kt}$
 (2) 某部落人口呈指數衰減現象。該部落目前有200人，預測50年後減為100人。試問幾年後該部落剩下10人？

注意：第10，14，16，18題10分
其餘每題5分
合計110分，加油！

朝陽科技大學　　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考試日期		頁碼 / 總頁數	
雙面印刷	可　　不可	張　數	原稿__頁 x __（總份數）	命題教師簽章		評 分	

1.請以黑色筆正楷書寫。　　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制：　　　　班級：　　　　學號：　　　　姓名：

1. $\int x\cdot\sqrt{2x-1}\cdot dx=\int\frac{u+1}{2}\cdot u^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{du}{2}$

令 $u=2x-1$　　$=\frac{1}{4}\int(u^{\frac{3}{2}}+u^{\frac{1}{2}})\cdot du$

$du=2\cdot dx$　　$=\frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}u^{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right)+C$

$dx=\frac{du}{2}$　　$=\frac{1}{10}(2x-1)^{\frac{5}{2}}+\frac{1}{6}(2x-1)^{\frac{3}{2}}+C$

$x=\frac{u+1}{2}$

2. $\int_1^5\frac{x}{\sqrt{2x-1}}\cdot dx=\int_1^9\frac{\frac{u+1}{2}}{u^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{du}{2}$

令 $u=2x-1$　　$=\frac{1}{4}\int_1^9(u^{\frac{1}{2}}+u^{-\frac{1}{2}})\cdot du$

$du=2\cdot dx$　　$=\frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}+2u^{\frac{1}{2}}\right)\Big|_1^9 \cancel{+C}$

$dx=\frac{du}{2}$

$x=\frac{u+1}{2}$　　$=\left[\frac{1}{6}u^{\frac{3}{2}}+\frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}}\right]_1^9$

$x=1,\ u=1$　　$=\left(\frac{1}{6}*27+\frac{1}{2}*3\right)-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)$

$x=5,\ u=9$　　$=\frac{9}{2}+\frac{3}{2}-\frac{1}{6}-\frac{1}{2}=\frac{16}{3}$

$=\frac{16}{3}$

3. $f(x)=\ln[x(x^2+1)^2]-\frac{1}{2}\ln(2x^3-1)$

$=\ln x+2\ln(x^2+1)-\frac{1}{2}\ln(2x^3-1)$

$f'(x)=\frac{1}{x}+2\cdot\frac{2x}{x^2+1}-\frac{1}{2}\frac{6x^2}{2x^3-1}$

$=\frac{1}{x}+\frac{4x}{x^2+1}-\frac{3x^2}{2x^3-1}$

4. $y=(2x+3)^x$

$\ln y=x\cdot\ln(2x+3)$

$\frac{1}{y}\cdot dy/dx=x\cdot\frac{1}{2x+3}+\ln(2x+3)$

$\therefore dy/dx=y\cdot\left[\frac{x}{2x+3}+\ln(2x+3)\right]$

$=(2x+3)^x\left[\frac{x}{2x+3}+\ln(2x+3)\right]$

5. $\int\frac{1}{x\cdot\ln x}\cdot dx=\int\frac{du}{u}=\ln|u|+C$

令 $u=\ln x$　　$=\ln|\ln x|+C$

$du=\frac{1}{x}\cdot dx$

6. $\int\sec x\cdot dx=\int\frac{\sec x\cdot(\sec x+\tan x)}{\sec x+\tan x}\cdot dx$

令 $u=\sec x+\tan x$　　$du=(\sec x\cdot\tan x+\sec^2 x)\cdot dx$

$\therefore$ O.E. $=\int\frac{du}{u}=\ln|u|+C$

$=\ln|\sec x+\tan x|+C$

7. $\int\frac{1}{1+\sqrt{x}}\cdot dx=\int\frac{2(u-1)}{u}du$

令 $u=1+\sqrt{x}$　　$=2\int\left(1-\frac{1}{u}\right)\cdot du$

$du=\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot dx$　　$=2u-2\ln|u|+C$

$dx=2\sqrt{x}\cdot du$　　$=2(1+\sqrt{x})-2\ln|1+\sqrt{x}|+C$

$=2\cdot(u-1)\cdot du$　　$=2\sqrt{x}-2\ln|1+\sqrt{x}|+C$

8. $y=\sqrt{2x-3}$　　$f(g(x))=\sqrt{2\left(\frac{x^2+3}{2}\right)-3}=x$

$y^2=2x-3$　　o.k.

$x=\frac{y^2+3}{2}$

$y=\frac{x^2+3}{2}$ …… 反函數

9. $f(g(x))=x$

$f'(g(x))\cdot g'(x)=1$

$\therefore g'(x)=1/f'(g(x))$ 得証.

10. $f(x)=\frac{1}{4}x^3+x-1$

$\therefore \frac{1}{4}x^3+x-1=3$　　$\frac{1}{4}x^3+x-4=0$

$x^3+4x-16=0$

$$\begin{array}{r}
x^2+2x+8 \\
x-2\ \big)\ \overline{x^3+0x^2+4x-16} \\
\underline{x^3-2x^2\qquad\qquad} \\
2x^2+4x-16 \\
\underline{2x^2-4x\qquad} \\
8x-16 \\
\underline{8x-16} \\
0
\end{array}$$

$\therefore (x-2)(x^2+2x+8)=0$

$\therefore x=2$

$\therefore f^{-1}(3)=2$

$f'(x)=\frac{3}{4}x^2+1$

$\therefore g'(x)=\frac{1}{f'(g(x))}$　　$\therefore g'(3)=\frac{1}{f'(2)}=\frac{1}{4}$

朝陽科技大學　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考試日期		頁碼/總頁數
雙面印刷	可　不可	張　數	原稿___頁 x ____（總份數）	命題教師簽章		評分

1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印刷。

學制：　　班級：　　學號：　　姓名：

11. $\int \sin x \cdot e^{\cos x} dx = -\int e^u \cdot du$

令 $u = \cos x$ $\quad = -e^u + C$

$du = -\sin x \cdot dx$ $\quad = -e^{\cos x} + C$

$\therefore \sin x \cdot dx = -du$

12. $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} \cdot dx = \int_2^{1+e} \frac{1}{u} du$

$= [\ln|u|]_2^{1+e}$

令 $u = 1+e^x$ $\quad = \ln(1+e) - \ln 2$

$du = e^x \cdot dx$

$x=0, u=2$

$x=1, u=1+e$

13. $\ln(2x-3) = 5$

$e^{\ln(2x-3)} = e^5$

$2x-3 = e^5$

$x = \frac{e^5+3}{2}$

14.(1) $\frac{d}{dx}[a^x] = \frac{d}{dx}[e^{\ln a^x}]$

$= \frac{d}{dx}[e^{x\cdot\ln a}] = e^{x\cdot\ln a} \cdot \ln a$

$= e^{\ln a^x} \cdot \ln a = \ln a \cdot a^x$

(2) $\frac{d}{dx}[\log_a x] = \frac{d}{dx}[\frac{\ln x}{\ln a}]$

$= \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x}$

15. $\int x \cdot (5^{-x^2}) \cdot dx = \int 5^u \cdot (-\frac{du}{2})$

$= -\frac{1}{2}\int 5^u du$

$\because \int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln a}$ $\quad = -\frac{1}{2} \cdot \frac{5^u}{\ln 5} + C$

令 $u = -x^2$ $\quad = -\frac{1}{2\ln 5} \cdot 5^{-x^2} + C$

$du = -2x \cdot dx$

$x \cdot dx = -\frac{du}{2}$

16. (1) 第一次計息 $A = p + p\cdot\frac{r}{n} = p(1+\frac{r}{n})$

二 〃 $A = p\cdot(1+\frac{r}{n}) + p\cdot(1+\frac{r}{n})\cdot(\frac{r}{n})$

$= p\cdot(1+r/n)(1+r/n)$

$= p\cdot(1+r/n)^2$

⋮

t年後 $A = p\cdot(1+r/n)^{nt}$ ※

(2) $A = \lim_{n\to\infty} p\cdot(1+r/n)^{nt}$

$= \lim_{n\to\infty} p\cdot e^{\ln(1+r/n)^{nt}}$

$= \lim_{n\to\infty} p\cdot e^{nt\cdot\ln(1+r/n)}$

$= \lim_{n\to\infty} p\cdot e^{t\cdot\frac{\ln(1+r/n)}{\frac{1}{n}}}$

令 $x = \frac{1}{n}$ $\quad \therefore n\to\infty, x\to 0$

$\therefore A = \lim_{x\to 0} p\cdot e^{t\cdot\frac{\ln(1+rx)}{x}}$

$= \lim_{x\to 0} p\cdot e^{t\cdot\frac{\frac{r}{1+rx}}{1}} = p\cdot e^{rt}$ ※

17. (a) $A = 500*(1+\frac{0.18}{12})^{10*12} = 2984.66$ 萬

(b) $= A = 500*e^{0.18*10} = 3024.82$ 萬

18.(1) $\frac{dy}{dt} = k\cdot y$

$\frac{dy}{y} = k\cdot dt$

$\ln y = k\cdot t + C_1$

$y = e^{kt+C_1} = e^{kt}\cdot e^{C_1} = C\cdot e^{kt}$

(2) $200 = C\cdot e^0$ $\quad \therefore C = 200$

$100 = 200\cdot e^{50\cdot k}$ $\quad e^{50k} = \frac{1}{2}$

$50k = \ln(1/2)$ $\quad \therefore k = -1.386*10^{-2}$

$\therefore y = 200\cdot e^{-1.386*10^{-2}*t}$

$10 = 200\cdot e^{-1.386*10^{-2}*t}$

$\therefore t = 216.14$ 年 ※

朝陽科技大學 九十一學年度第 二 學期期中(末)考試用紙 平時考

系 級	營建1B	科 目	Calculus (II)	考試日期	2003 , 5 , 22	頁碼/總頁數	
雙面印刷 可 不可		張 數	原稿___頁x_____(總份數)	命題教師簽章	汗世京	評分	

1.請以黑色筆正楷書寫。 2.試題超過兩頁以上,請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制: 班級: 學號: 姓名:

1. $\int \frac{x+3}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$

2. $\int \frac{1}{\cos\theta-1}\cdot d\theta$

3. $\int \tan^{-1}x\cdot dx$ (by parts)

4. $\int e^{ax}\sin bx\cdot dx$ (by parts)

5. $\int \sec^3x\cdot dx$ (by parts)

6. $\int \sin^2x\cdot\cos^5x\cdot dx$

7. $\int \sec^4x\cdot\tan^3x\cdot dx$

8. $\int \frac{\sec x}{\tan^2x}\cdot dx$

9. $\int x^2\cdot\sin 4x\cdot dx$

10. $\int \frac{\sqrt{x^2-3}}{x}\cdot dx$

11. 証明下式公式

$\int\sqrt{u^2+a^2}\cdot du=\frac{1}{2}\left(u\cdot\sqrt{u^2+a^2}+a^2\cdot\ln\left|u+\sqrt{u^2+a^2}\right|\right)+c$

(可利用第五題的積分結果)

12. $\int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}\cdot dx$

13. $\int \frac{3x+4}{x^3-2x-4}\,dx$

註:(x^3-2x-4) 有一公因式為 $(x-2)$

14. $\int x\cdot\sqrt{x^4-9}\cdot dx$

註:此題可利用第五題結果

15. $\int \frac{\sqrt{3-4x}}{2x}\cdot dx$

每題 7 分,合計 105 分,加油!

朝陽科技大學　　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考 試 日 期		頁碼／總頁數
雙面印刷 可　不可		張　數	原稿___頁 x _____（總份數）	命題教師簽章		評分

1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制：　　班級：　　學號：　　姓名：

$1. \int \frac{x+3}{\sqrt{4-x^2}}\cdot dx$

$= \int \frac{x\cdot dx}{\sqrt{4-x^2}} + \int \frac{3dx}{\sqrt{4-x^2}}$

其中 $\int \frac{x\cdot dx}{\sqrt{4-x^2}} = \int \frac{1}{u^{1/2}} * (-\frac{1}{2})\cdot du$

$= -u^{1/2} + C$

令 $u = 4-x^2$　$= -\sqrt{4-x^2}$

$du = -2x\cdot dx$

$\therefore x\cdot dx = -\frac{du}{2}$

$\int \frac{3\cdot dx}{\sqrt{4-x^2}} = 3\int \frac{2\cos\theta\cdot d\theta}{2\cdot\cos\theta} = \theta + C$

$= 3\sin^{-1}\frac{x}{2} + C$

令 $x = 2\sin\theta$

$dx = 2\cdot\cos\theta\cdot d\theta$

$\therefore \int \frac{x+3}{\sqrt{4-x^2}} = -\sqrt{4-x^2} + 3\sin^{-1} x/2 + C$

$2. \int \frac{d\theta}{\cos\theta - 1} = \int \frac{-(1+\cos\theta)}{\sin^2\theta}\cdot d\theta$

$= -\int \csc^2\theta d\theta - \int \frac{d(\sin\theta)}{\sin^2\theta}$

$= \cot\theta + \frac{1}{\sin\theta} + C$

$= \cot\theta + \csc\theta + C$

$3. \int \tan^{-1}x\cdot dx$

令 $u = \tan^{-1}x$　$du = \frac{1}{1+x^2}\cdot dx$

$dv = dx$　$v = x$

原式 $= x\cdot\tan^{-1}x - \int \frac{x}{1+x^2}\cdot dx$

$= x\cdot\tan^{-1}x - \int \frac{\frac{1}{2}d(1+x^2)}{1+x^2}$

$= x\cdot\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C$

$\checkmark 4. \int e^{ax}\cdot\sin bx\cdot dx$

令 $u = \sin bx$　$du = b\cdot\cos bx\cdot dx$

$dv = e^{ax}\cdot dx$　$v = \frac{1}{a}\cdot e^{ax}$

原式 $= \frac{1}{a}\cdot e^{ax}\cdot\sin bx - \frac{b}{a}\int e^{ax}\cdot\cos bx\cdot dx \cdots (1)$

其中 $\int e^{ax}\cos bx\cdot dx$ ---- (2)

令 $u = \cos bx$,　$du = -b\sin bx\cdot dx$

$dv = e^{ax}\cdot dx$　$v = \frac{1}{a}\cdot e^{ax}$

(2)式 $= \frac{1}{a}\cdot e^{ax}\cdot\cos bx + \frac{b}{a}\int e^{ax}\cdot\sin bx\cdot dx \cdots$代入

$\int e^{ax}\cdot\sin bx\cdot dx = \frac{1}{a}e^{ax}\cdot\sin bx$

$- \frac{b}{a^2}\cdot e^{ax}\cdot\cos bx - \frac{b^2}{a^2}\cdot\int e^{ax}\cdot\cos bx\cdot dx$

$\frac{a^2+b^2}{a^2}\cdot\int e^{ax}\cdot\sin bx\cdot dx = \frac{1}{a^2}e^{ax}(a\sin bx$

$- b\cos bx)$

$\therefore \int e^{ax}\cdot\sin bx\cdot dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cdot\sin bx - b\cdot\cos bx) + C$

$5. \int \sec^3x\cdot dx = \int \sec x\cdot\sec^2x\cdot dx$

令 $u = \sec x$　$du = \sec x\cdot\tan x\cdot dx$

$dv = \sec^2x\cdot dx$　$v = \tan x$

原式 $= \sec x\cdot\tan x - \int \sec x\cdot\tan^2x\cdot dx$

$= \sec x\cdot\tan x - \int \sec^3x\cdot dx + \int \sec x\cdot dx$

$\therefore 2\int \sec^3x\cdot dx = \sec x\cdot\tan x + \ln|\sec x+\tan x| + C$

$\therefore \int \sec^3x\cdot dx = \frac{1}{2}\sec x\cdot\tan x + \frac{1}{2}\ln|\sec x+\tan x| + C$

$6. \int \sin^2x\cdot\cos^5x\cdot dx$

$= \int \sin^2x\cos^4x\cdot\cos x\cdot dx$

$= \int \sin^2x\cdot(1-\sin^2x)^2\cdot\cos x\cdot dx$

令 $u = \sin x$　$du = \cos x\cdot dx$

$\therefore \int \sin^2x\cdot\cos^5x\cdot dx = \int u^2(1-u^2)^2\cdot du$

$= \int u^2\cdot(1-2u^2+u^4)\cdot du = \int (u^2-2u^4+u^6)\cdot du$

$= \frac{1}{3}u^3 - \frac{2}{5}u^5 + \frac{1}{7}u^7 + C$

$= \frac{1}{3}\sin^3x - \frac{2}{5}\sin^5x + \frac{1}{7}\sin^7x + C$

朝陽科技大學　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考 試 日 期		頁碼／總頁數	
雙面印刷 可	不可	張　數	原稿＿＿頁 x＿＿＿（總份數）	命題教師簽章		評分	

1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制：　　班級：　　學號：　　姓名：

7. $\int \sec^4 x \cdot \tan^3 x \cdot dx$

$= \int \sec^2 x \cdot \tan^3 x \cdot \sec^2 x \cdot dx$

$= \int (1+\tan^2 x)\tan^3 x \cdot \sec^2 x \cdot dx$

令 $u = \tan x \quad du = \sec^2 x \cdot dx$

原式 $= \int (1+u^2)\cdot u^3 \cdot du$

$= \int (u^3+u^5)\cdot du$

$= \frac{u^4}{4} + \frac{u^6}{6} + C$

$= \frac{1}{4}\tan^4 x + \frac{1}{6}\tan^6 x + C$

或 $\int \sec^4 x \cdot \tan^3 x \cdot dx$

$= \int \sec^3 x \cdot \tan^2 x \cdot \sec x \cdot \tan x \cdot dx$

$= \int \sec^3 x\,(\sec^2 x - 1)\cdot \sec x \cdot \tan x \cdot dx$

令 $u = \sec x \quad du = \sec x \cdot \tan x \cdot dx$

原式 $= \int (u^5 - u^3)\cdot du$

$= \frac{1}{6}\sec^6 x - \frac{1}{4}\sec^4 x + C$

8. $\int \frac{\sec x}{\tan^2 x}\cdot dx$

$= \int \frac{\frac{1}{\cos x}}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}\cdot dx = \int \frac{1}{\cancel{\cos x}}\cdot\frac{\cos^{\cancel{2}} x}{\sin^2 x}\cdot dx$

$= \int \frac{\cos x}{\sin^2 x}\cdot dx = \int \frac{d(\sin x)}{\sin^2 x}$

$= -\frac{1}{\sin x} + C = -\csc x + C$

9. $\int x^2 \cdot \sin 4x \cdot dx$

令 $u = x^2 \quad du = 2x\cdot dx$

$dv = \sin 4x \cdot dx \quad v = -\frac{1}{4}\cos 4x$

原式 $= \int x^2 \cdot \sin 4x \cdot dx = -\frac{1}{4}x^2\cdot\cos 4x$

$+\frac{1}{4}\times 2\cdot\int x\cdot\cos 4x\cdot dx$

令 $u = x \quad du = dx$

$dv = \cos 4x \cdot dx \quad V = \frac{1}{4}\cdot\sin 4x$

$\therefore \int x^2\cdot\sin 4x\cdot dx = -\frac{1}{4}x^2\cdot\cos 4x + \frac{1}{2}\Big(\frac{1}{4}x\cdot\sin 4x$

$-\frac{1}{4}\int \sin 4x\cdot dx\Big) = -\frac{1}{4}x^2\cdot\cos 4x + \frac{1}{8}x\cdot\sin 4x + \frac{1}{32}\cos 4x + C$

10. $\int \frac{\sqrt{x^2-3}}{x}\cdot dx$

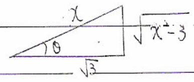
令 $x = \sqrt{3}\cdot\sec\theta \quad dx = \sqrt{3}\sec\theta\cdot\tan\theta\cdot d\theta$

原式 $= \int \frac{\sqrt{3}\,(\sec^2\theta - 1)^{1/2}}{\sqrt{3}\cdot\cancel{\sec\theta}}\cdot\sqrt{3}\,\cancel{\sec\theta}\cdot\tan\theta\cdot d\theta$

$= \sqrt{3}\int \tan^2\theta\cdot d\theta$

$= \sqrt{3}\int (\sec^2\theta - 1)\cdot d\theta$

$= \sqrt{3}\,(\tan\theta - \theta) + C \qquad \sec\theta = x/\sqrt{3}$



$\therefore$ 原式 $= \sqrt{3}\cdot\left(\frac{\sqrt{x^2-3}}{\sqrt{3}} - \sec^{-1} x/\sqrt{3}\right) + C$

$= \sqrt{x^2-3} - \sqrt{3}\sec^{-1} x/\sqrt{3} + C$

11. $\int \sqrt{u^2+a^2}\cdot du$

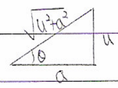
令 $u = a\cdot\tan\theta$

$du = a\cdot\sec^2\theta\cdot d\theta$

原式 $= \int a\cdot\sqrt{\tan^2\theta + 1}\cdot a\cdot\sec^2\theta\cdot d\theta$

$= a^2\cdot\int \sec^3\theta\cdot d\theta$

$= \frac{a^2}{2}\cdot\sec\theta\cdot\tan\theta + \frac{a^2}{2}\cdot\ln|\sec\theta + \tan\theta| + C$



$\tan\theta = \frac{u}{a}$

$\sec\theta = \frac{\sqrt{u^2+a^2}}{a}$

原式 $= \frac{\cancel{a^2}}{2}\cdot\frac{u\cdot\sqrt{u^2+a^2}}{\cancel{a^2}} + \frac{a^2}{2}\cdot\ln\left|\frac{u+\sqrt{u^2+a^2}}{a}\right| + C$

$= \frac{1}{2}\left(u\cdot\sqrt{u^2+a^2} + a^2\cdot\ln|u+\sqrt{u^2+a^2}|\right) + C$

12. $\int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}\cdot dx$

$(x^3+2x^2+x) = x\cdot(x^2+2x+1) = x\cdot(x+1)^2$

$\therefore \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x+1)^2}$

$\therefore 5x^2+20x+6 = A\cdot(x+1)^2 + Bx\cdot(x+1) + Cx$

$x = 0 \quad A = 6$

$x = -1 \quad 5-20+6 = -C \quad \therefore C = 9$

$x = 1 \quad 5+20+6 = 4\times 6 + 2B + 9$

$\therefore B = -1$

朝陽科技大學　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考 試 日 期		頁碼／總頁數
雙面印刷	可　不可	張　數	原稿＿頁 x ＿＿（總份數）	命題教師簽章		評
1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。 3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。						分

學制：　　班級：　　學號：　　姓名：

$\therefore \int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx = \int (\frac{6}{x} + \frac{-1}{x+1} + \frac{9}{(x+1)^2}) \cdot dx$

$= 6 \cdot \ln|x| - \ln|x+1| - 9 \cdot \frac{1}{x+1} + C$.

✓ 13. $\int \frac{3x+4}{x^3-2x-4} \cdot dx$

$$\begin{array}{r} x^2+2x+2 \\ x-2 \,\big)\, \overline{x^3-0x^2-2x+4} \\ \underline{x^3-2x^2} \\ 2x^2-2x+4 \\ \underline{2x^2-4x} \\ 2x-4 \\ \underline{2x-4} \\ 0 \end{array}$$

$\frac{3x+4}{x^3-2x-4} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{Bx+C}{(x^2+2x+2)}$

$3x+4 = A(x^2+2x+2) + (Bx+C)(x-2)$

$x=2 \quad 10 = A(4+4+2)$

$\therefore A = 1$

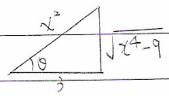
$x=0 \quad 4 = 2 + (-2C) \quad \therefore C=-1$

$x=1 \quad 7 = 5 + [B+(-1)] * (-1) \quad \therefore B=-1$

$\therefore$ 原式 $= \int (\frac{1}{x-2} - \frac{x+1}{x^2+2x+2}) \cdot dx$

$= \ln|x-2| - \frac{1}{2}\ln(x^2+2x+2) + C$

✓ 14. $\int x \cdot \sqrt{x^4-9} \cdot dx$



令 $x^2 = 3\sec\theta$.

$2x \cdot dx = 3 \cdot \sec\theta \cdot \tan\theta \cdot d\theta$

$x \cdot dx = \frac{3}{2} \sec\theta \cdot \tan\theta \cdot d\theta$

原式 $= \int 3 \cdot \sqrt{\sec^2\theta - 1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \sec\theta \cdot \tan\theta \cdot d\theta$

$= \frac{9}{2} \cdot \int \sec\theta \cdot \tan^2\theta \cdot d\theta$

$= \frac{9}{2} \cdot \int (\sec^3\theta - \sec\theta) \cdot d\theta$

$= \frac{9}{2} [\frac{1}{2}\sec\theta \cdot \tan\theta + \frac{1}{2}\ln|\sec\theta + \tan\theta| - \ln|\sec\theta + \tan\theta|] + C$

$= \frac{9}{4} [\sec\theta \cdot \tan\theta - \ln|\sec\theta + \tan\theta| + C$

$= \frac{9}{4} [\frac{x^2}{3} \cdot \frac{\sqrt{x^4-9}}{3} - \ln|\frac{x^2+\sqrt{x^4-9}}{3}|] + C$

$= \frac{1}{4} x^2 \cdot \sqrt{x^4-9} - \frac{9}{4} \ln(x^2 + \sqrt{x^4-9}) + C$

✓ 15. $\int \frac{\sqrt{3-4x}}{2x} \cdot dx$

令 $u = \sqrt{3-4x}$

$u^2 = 3-4x \qquad x = \frac{3-u^2}{4}$

$2udu = -4 \cdot dx$

$\therefore dx = -\frac{u}{2} \cdot du$

$\therefore$ 原式 $\int \frac{\sqrt{3-4x}}{2x} \cdot dx$

$= \int \frac{u}{\cancel{2} * \frac{3-u^2}{\cancel{4}2}} * -\frac{u}{2} du$

$= \int \frac{2u}{3-u^2} * -\frac{u}{\cancel{2}} \cdot du$

$= \int \frac{u^2}{u^2-3} \cdot du$

$= \int (1 + \frac{3}{u^2-3} du)$

$= \int (1 + \frac{-\frac{1}{2\sqrt{3}}}{u+\sqrt{3}} + \frac{\frac{1}{2\sqrt{3}}}{u-\sqrt{3}}) \cdot du$

$= u - \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln|u+\sqrt{3}| + \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln|u-\sqrt{3}| + C$

$= u + \cancel{\sqrt{3}}^{1}/2\sqrt{3} \ln|\frac{u-\sqrt{3}}{u+\sqrt{3}}| + C$

$= \sqrt{3-4x} + \cancel{\sqrt{3}}^{1}/2\sqrt{3} \ln|\frac{\sqrt{3-4x}-\sqrt{3}}{\sqrt{3-4x}+\sqrt{3}}| + C$

朝陽科技大學 九十五 學年度第 二 學期期中（末）考試用紙

平時

系 級	營建一AB	科 目	微積分(二)	考試日期	2007，05，29	頁碼／總頁數	
雙面印刷	可 ／ 不可	張 數	原稿___頁 x _____（總份數）	命題教師簽章	Shih-Tsung Hsu	評分	

1.請以黑色筆正楷書寫。 2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制： 班級： 學號： 姓名：

1\. (1) $\int \frac{3x^3-2}{x^2+4}\,dx$ (10%)

(2) $\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{4}} \frac{1}{\sqrt{3x-x^2}}\,dx$ (10%)

(3) a. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ (2%)

b. $\int \frac{x\cdot dx}{\sqrt{x^2-1}}$ (3%)

c. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$ (5%)

2\. (1) 證明下列公式

$\frac{d}{dx}[\tanh x] = \operatorname{sech}^2 x$ (5%)

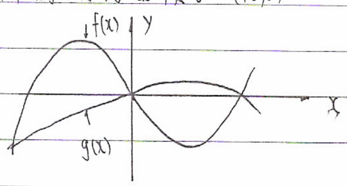
(2) 已知 $y = a\cdot\cosh(x/a)$

求 $x=b$ 時之斜率 (5%)

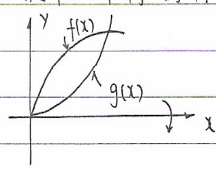
(3) $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt{4-9x^2}}$ (10%)

(4) $\int \frac{dx}{5-4x^2}$ (10%)

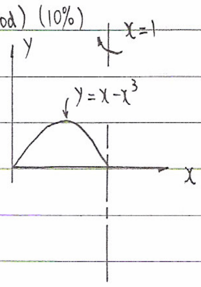
3\. 求由曲線 $f(x)=3x^3-x^2-10x$ 和 $g(x)=-x^2+2x$ 所圍成的面積。(10%)



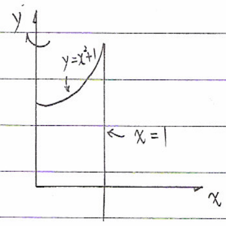
4\. 求由 $f(x)=\sqrt{x}$ 和 $g(x)=x^2$ 形成的範圍繞 x 軸旋轉所得的体積。(Disc Method) (10%)



5\. 求由 $y=x-x^3$ 和 x 軸 ($0\le x\le 1$) 所形成的範圍繞 $x=1$ 軸旋轉所得的体積 (Shell Method) (10%)



6\. 分別利用圓盤法和圓柱殼法求由 $y=x^2+1$，$y=0$，$x=0$ 和 $x=1$ 所形成的範圍繞 y 軸旋轉所得之体積。(20%)



朝陽科技大學　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考 試 日 期		頁碼／總頁數	
雙面印刷	可　不可	張　數	原稿＿＿頁 x ＿＿（總份數）	命題教師簽章		評	
1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。 3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。						分	

學制：　　　班級：　　　學號：　　　姓名：

1. (1) $\int \frac{3x^3-2}{x^2+4}\cdot dx$

$$\begin{array}{r} 3x \\ x^2+0x+4 \overline{)\,3x^3+0x^2+0x-2} \\ 3x^3+0x^2+12x \\ \hline -12x-2 \end{array}$$

$\therefore$ O.E. $= \int 3x\cdot dx - 12\int \frac{x}{x^2+4}\cdot dx - 2\int \frac{1}{x^2+4}dx$

$= \frac{3}{2}x^2 - 6\int \frac{d(x^2+4)}{x^2+4}\cdot dx - 2 * \frac{1}{2}\tan^{-1}(\frac{x}{2})$

$= \frac{3}{2}x^2 - 6\ln(x^2+4) - \tan^{-1}(\frac{x}{2}) + c.$

(2) $3x-x^2 = -[x^2-3x+(\frac{3}{2})^2] + \frac{9}{4}$

$= (\frac{3}{2})^2 - (x-\frac{3}{2})^2$

$\therefore$ O.E. $= \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{4}} \frac{dx}{\sqrt{(\frac{3}{2})^2-(x-\frac{3}{2})^2}}$

令 $u = x-\frac{3}{2}$, $dx = du$

$\therefore x = \frac{3}{2}$, $u=0$

$x = \frac{9}{4}$, $u = \frac{3}{4}$

$\therefore$ O.E. $= \int_0^{\frac{3}{4}} \frac{du}{\sqrt{(\frac{3}{2})^2-(u)^2}}$

$= [\cancel{\frac{2}{3}} \sin^{-1}\frac{2u}{3}]_0^{\frac{3}{4}}$

$= \cancel{\frac{2}{3}} * \sin^{-1}\frac{1}{2} = \cancel{\frac{2}{3}} * \frac{\pi}{6}$ $\cancel{= \frac{\pi}{9}}$

(3) a. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1}(\frac{|x|}{1}) + c$

b. $\int \frac{x\cdot dx}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{1}{2}\int u^{-\frac{1}{2}}du = u^{\frac{1}{2}}+c$

令 $u = x^2-1$　　$= \sqrt{x^2-1}+c$

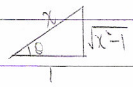
$du = 2x\cdot dx$

c. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \int \frac{\sec\theta\cdot\cancel{\tan\theta}}{\cancel{\tan\theta}}\cdot d\theta$

令 $x = \sec\theta$　$dx = \sec\theta\cdot\tan\theta\cdot d\theta$

$= \ln|\sec\theta + \tan\theta| + c$

$= \ln|x + \sqrt{x^2-1}| + c$



2. (1) $\frac{d}{dx}[\frac{\sinh x}{\cosh x}] = \frac{\cosh x\cdot\cosh x - \sinh x\cdot\sinh x}{\cosh^2 x}$

$= \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x} = \operatorname{sech}^2 x$

(2) $\frac{dy}{dx} = a\cdot\sinh(\frac{x}{a}) * \frac{1}{a} = \sinh(\frac{x}{a})$

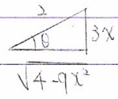
$\because x = b$　$\therefore m = \sinh(\frac{b}{a})$

(3) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-9x^2}} = \int \frac{\cancel{\frac{2}{3}}\cdot\cos\theta\cdot d\theta}{\cancel{\frac{2}{3}}\sin\theta\cdot\sqrt{4-\cancel{9}*\frac{4}{\cancel{9}}\sin^2\theta}}$

令 $x = \frac{2}{3}\sin\theta$　$dx = \frac{2}{3}\cos\theta\cdot d\theta$

$= \int \frac{\cancel{\cos\theta}\cdot d\theta}{2\cdot\sin\theta\cdot\cancel{\cos\theta}} = \frac{1}{2}\int \csc\theta\cdot d\theta$

$= \frac{-1}{2}\ln|\csc\theta + \cot\theta| + c$



$\therefore \csc\theta = \frac{2}{3x}$

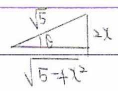
$\cot\theta = \frac{\sqrt{4-9x^2}}{3x}$

$\therefore$ O.E. $= -\frac{1}{2}\cdot\ln|\frac{2+\sqrt{4-9x^2}}{3x}| + c$

(4) $\int \frac{dx}{5-4x^2} = \int \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}\cos\theta\cdot d\theta}{5-\cancel{4}*\frac{5}{\cancel{4}}\sin^2\theta}$

令 $x = \frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\sin\theta \Rightarrow dx = \frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\cos\theta\cdot d\theta$

$= \int \frac{1}{2\sqrt{5}}\sec\theta\cdot d\theta = \frac{1}{2\sqrt{5}}\ln|\sec\theta + \tan\theta| + c$



$\sec\theta = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5-4x^2}}$　$\tan\theta = \frac{2x}{\sqrt{5-4x^2}}$

$\therefore$ O.E. $= \frac{1}{2\sqrt{5}}\ln|\frac{\sqrt{5}+2x}{\sqrt{5-4x^2}}| + c$

朝陽科技大學　學年度第　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考 試 日 期		頁碼/總頁數
雙面印刷 可	不可	張　數	原稿＿頁 x ＿＿（總份數）	命題教師簽章		評分

1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制：　班級：　學號：　姓名：　$x=\sqrt{y-1}$

3\. 求交点 $3x^3-\cancel{x^2}-10x=-\cancel{x^2}+2x$

$3x^3-12x=0 \quad 3x(x-2)(x+2)=0$

$\therefore x=-2,\ 0,\ 2$

$\therefore A=\int_{-2}^{0}(3x^3-\cancel{x^2}-10x+\cancel{x^2}-2x)\cdot dx$

$+\int_{0}^{2}(-3x^3+\cancel{x^2}+10x-\cancel{x^2}+2x)\cdot dx$

$=\int_{-2}^{0}(3x^3-12x)\cdot dx+\int_{0}^{2}(-3x^3+12x)\cdot dx$

$=\left[\frac{3}{4}x^4-6x^2\right]_{-2}^{0}+\left[-\frac{3}{4}x^4+6x^2\right]_{0}^{2}$

$=-\left(\frac{3}{4}*16-6*4\right)+\left[-\frac{3}{4}*16+6*4\right]$

$=24$

4\. $V=\pi\cdot\int_a^b[R^2-r^2]\cdot dx$

$\because \sqrt{x}=x^2 \quad \therefore x=0,\ x=1$

$\therefore V=\pi\cdot\int_0^1[x-x^4]\cdot dx$

$=\pi*\left[\frac{x^2}{2}-\frac{x^5}{5}\right]_0^1$

$=\pi*\frac{5-2}{10}=\frac{3}{10}\pi$

5\. $V=2\pi\cdot\int_0^1 p(x)\cdot h(x)\cdot dx$

$=2\pi\cdot\int_0^1(1-x)\cdot(x-x^3)\cdot dx$

$=2\pi\cdot\int_0^1(x-x^3-x^2+x^4)\cdot dx$

$=2\pi\cdot\int_0^1(x-x^2-x^3+x^4)\cdot dx$

$=2\pi\cdot\left[\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}\right]_0^1$

$=2\pi\left[\frac{30-20-15+12}{60}\right]=\frac{7\pi}{30}$

6\. (1) 圓盤法：

$V=\pi\cdot\int_0^1 1^2\cdot dy+\pi\int_1^2[1^2-(y-1)]\cdot dx$

$=\pi+\pi\cdot\int_1^2(2-y)\cdot dy$

$=\pi+\pi\cdot\left[2y-\frac{y^2}{2}\right]_1^2$

$=\pi+\pi\left[(4-2)-\left(2-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=\frac{3}{2}\pi$　　$3-2-\frac{1}{2}$

(2) 圓柱殼法

$V=2\pi\cdot\int_a^b p(x)\cdot h(x)\cdot dx$

$=2\pi\cdot\int_0^1 x\cdot(x^2+1)\cdot dx$

$=2\pi\cdot\int_0^1(x^3+x)\cdot dx$

$=2\pi\cdot\left[\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}\right]_0^1=\frac{3\pi}{2}$

朝陽科技大學 九十三 學年度第 二 學期期中(末)考試用紙

系級	營建-A.B	科目	Calculus (II)	考試日期	2005.4.21	頁碼/總頁數	1/1
雙面印刷 可 不可		張數	原稿 1 頁 x 69 (總份數)	命題教師簽章	Shih-Tsung Hsu	評分	

1.請以黑色筆正楷書寫。 2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制： 班級： 學號： 姓名：

一、完成下列十了微積分公式(請抄題,20%)

1. $\frac{d}{dx}[\log_a u]$
2. $\frac{d}{dx}[\sec u]$
3. $\frac{d}{dx}[\tan u]$
4. $\frac{d}{dx}[\sin^{-1}u]$
5. $\frac{d}{dx}[\sec^{-1}u]$
6. $\int a^u \cdot du$
7. $\int \sec u \cdot du$
8. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}}$
9. $\int \csc u \cdot du$
10. $\int \frac{du}{u\cdot\sqrt{u^2-a^2}}$

二、第一次小考的題目(40%)

1. $\ln(xy)+5x=30$，求 dy/dx (6%)
2. $\int \frac{x^2+x+1}{x^2+1}\cdot dx$ (8%)
3. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+x}\cdot dx$ (8%)
4. $\int x\cdot\sqrt{2x-1}\cdot dx$ (8%)
5. $\int 5x\cdot e^{-x^2}\cdot dx$ (5%)
6. $\int x\cdot 5^{-x^2}\cdot dx$ (5%)

三、5-8～5-10 的題目(50%)

1. 已知 $y=\sin^{-1}x$，$\cos y=?$ (2%)
2. 證明：$\frac{d}{dx}[\tan^{-1}x]=\frac{1}{1+x^2}$ (4%)
3. 證明：$\int\frac{du}{a^2+u^2}=\frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{u}{a}\right)+C$ (6%)
4. $\int\frac{3x^3-2}{x^2+4}\cdot dx$ (7%)
5. $\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{4}}\frac{dx}{\sqrt{3x-x^2}}$ (6%)
6. 證明：$\frac{d}{dx}[\operatorname{sech}x]=-\operatorname{sech}x\cdot\tanh x$ (4%)
7. 證明：$\int\frac{du}{\sqrt{u^2-a^2}}=\ln\left(u+\sqrt{u^2-a^2}\right)+C$ (6%)
8. $\int\frac{dx}{5-4x^2}$ (8%)
9. $\int\frac{dx}{x\cdot\sqrt{4-9x^2}}$ (7%)

註：總分 110 分，請把握！

朝陽科技大學　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考 試 日 期		頁碼/總頁數	
雙面印刷	可　　不可	張　數	原稿___頁 x ____（總份數）	命題教師簽章		評	
1.請以黑色筆正楷書寫。 2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。 3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。						分	

學制：　　班級：　　學號：　　姓名：

1. $\frac{d}{dx}[\log_a u] = \frac{u'}{\ln a \cdot u}$
2. $\frac{d}{dx}[\sec u] = \sec u \cdot \tan u \cdot u'$
3. $\frac{d}{dx}[\tan u] = \sec^2 u \cdot u'$
4. $\frac{d}{dx}[\sin^{-1} u] = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
5. $\frac{d}{dx}[\sec^{-1} u] = \frac{u'}{|u| \cdot \sqrt{u^2-1}}$
6. $\int a^u \cdot du = \frac{a^u}{\ln a} + c$
7. $\int \sec u \cdot du = \ln|\sec u + \tan u| + c$

20 8. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \sin^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$

9. $\int \csc u \cdot du = -\ln|\csc u + \cot u| + c$
10. $\int \frac{du}{u \cdot \sqrt{u^2-a^2}} = \frac{1}{a} \cdot \sec^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$

二、

1. $\ln(xy) + 5x = 30$

$\ln x + \ln y + 5x = 30$

6 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} + 5 = 0$

$\frac{dy}{dx} = y \cdot (\;\text{[illegible]}\;)$

2. $\int \frac{x^2+x+1}{x^2+1} \cdot dx = \int 1 \cdot dx + \int \frac{x}{x^2+1} \cdot dx$

其中 $\int \frac{x}{x^2+1} \cdot dx = \int \frac{\frac{du}{2}}{u} = \frac{1}{2}\ln|u| + c$

令 $u = x^2+1$

8 $du = 2x\,dx$

$\therefore$ 原式 $= x + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$

8 3. $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}} \cdot dx = \int \frac{2(u-1)}{u} \cdot du$

令 $1+\sqrt{x} = u$ $\quad = 2\int \left(1 - \frac{1}{u}\right) \cdot du$

$du = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx$ $\quad = 2u - 2\ln|u| + c$

$= \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot dx$ $\quad = 2(1+\sqrt{x}) - 2\ln(1+\sqrt{x}) + c$

$du = \frac{1}{2(u-1)} \cdot dx$ $\quad = 2\sqrt{x} - 2\ln(1+\sqrt{x}) + c$

$dx = 2(u-1) \cdot du$

8 4. $\int x \cdot \sqrt{2x-1} \cdot dx = \int \frac{u+1}{2} \times u^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{du}{2}$

令 $u = 2x-1$ $\quad = \frac{1}{4}\int \left(u^{\frac{3}{2}} + u^{\frac{1}{2}}\right) \cdot du$

$du = 2 \cdot dx$ $\quad = \frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right) + c$

$x = \frac{u+1}{2}$ $\quad = \frac{1}{10}(2x-1)^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{6}(2x-1)^{\frac{3}{2}} + c$

5 5. $\int 5x \cdot e^{-x^2} \cdot dx = -\frac{5}{2}\int e^u \cdot du$

令 $u = -x^2$ $\quad = -\frac{5}{2}e^u + c$

$du = -2x \cdot dx$ $\quad = -\frac{5}{2}e^{-x^2} + c$

$x \cdot dx = -\frac{du}{2}$

5 6. $\int x \cdot 5^{-x^2} \cdot dx = \int 5^u \cdot \left(-\frac{du}{2}\right)$

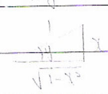
令 $u = -x^2$ $\quad = -\frac{1}{2} \times \frac{5^u}{\ln 5} + c$

$du = -2x \cdot dx$ $\quad = \frac{-1}{2} \cdot \frac{5^{-x^2}}{\ln 5} + c$

$x \cdot dx = -\frac{du}{2}$

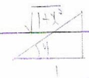
三、1. $\sin y = x$

2



$\therefore \cos y = \sqrt{1-x^2}$

4 2. $\frac{d}{dx}[\tan^{-1} x]$



令 $y = \tan^{-1} x$ $\quad \therefore \cos^2 y = \frac{1}{1+x^2}$

$\tan y = x$ $\quad \therefore dy/dx = \frac{1}{1+x^2}$

$\sec^2 y \cdot dy = dx$ $\quad \therefore \frac{d}{dx}[\tan^{-1} x] = \frac{1}{1+x^2}$

$dy/dx = \cos^2 y$

6 3. $\int \frac{du}{a^2+u^2} = \int \frac{a \cdot \sec^2\theta \cdot d\theta}{a^2(1+\tan^2\theta)} = \frac{1}{a}\int d\theta$

令 $u = a\tan\theta$ $\quad = \frac{1}{a}\theta + c$

$du = a \cdot \sec^2\theta\, d\theta$ $\quad \because \tan\theta = \frac{u}{a}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{u}{a}\right)$

$\therefore$ 原式 $= \frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + c$

朝陽科技大學　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考 試 日 期		頁碼/總頁數	
雙面印刷	可　　不可	張　數	原稿___頁 x ____（總份數）	命題教師簽章		評分	

1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制：　　　　班級：　　　　學號：　　　　姓名：

7　4. $\int \frac{3x^3-2}{x^2+4}\cdot dx = \int 3x\cdot dx - 12\int \frac{x}{x^2+4}\cdot dx - 2\cdot\int\frac{dx}{x^2+4}$

$$\begin{array}{r} 3x \\ x^2+0x+4\overline{)\,3x^3+0x^2+0x-2} \\ 3x^3+0x^2+12x \\ \hline -12x-2 \end{array}$$

(1) $\int 3x\cdot dx = \frac{3}{2}x^2 + C_1$

(2) $-12\cdot\int\frac{x}{x^2+4}\cdot dx = -12\int\frac{d(x^2+4)\cdot\frac{1}{2}}{x^2+4}$

$= -6\cdot\ln(x^2+4)+C_2$

(3) $-2\int\frac{dx}{x^2+4} = -2\cdot\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)+C_3$

$= -\tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)+C_3$

$\therefore$ 原式 $= \frac{3}{2}x^2 - 6\cdot\ln(x^2+4) - \tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)+C$

6　5. $\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{4}} \frac{dx}{\sqrt{3x-x^2}}$

$3x-x^2 = -(x^2-3x+\frac{9}{4})+\frac{9}{4} = (\frac{3}{2})^2-(x-\frac{3}{2})^2$

$\therefore$ 原式 $= \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{4}}\frac{dx}{\sqrt{(\frac{3}{2})^2-(x-\frac{3}{2})^2}} = \int_0^{\frac{3}{4}}\frac{du}{\sqrt{(\frac{3}{2})^2-u^2}}$

令 $u=(x-\frac{3}{2})$　　$= \left[\sin^{-1}\left(\frac{u}{\frac{3}{2}}\right)\right]_0^{\frac{3}{4}}$

$du = dx$　　$= \sin^{-1}\left[(\frac{3}{4})/(\frac{3}{2})\right] - \sin^{-1}0$

$x=\frac{3}{2}$, $u=0$　　$= \frac{\pi}{6}$

$x=\frac{9}{4}$, $u=\frac{3}{4}$

4　6. $\frac{d}{dx}[\operatorname{sech}x] = \frac{d}{dx}[(\cosh x)^{-1}]$

$= -1\cdot(\cosh x)^{-2}\cdot\sinh x$

$= -\sinh x/\cosh x \cdot \frac{1}{\cosh x}$

$= -\tanh x\cdot\operatorname{sech}x$ #

6　7. $\int\frac{du}{\sqrt{u^2-a^2}} = \int\frac{a\cdot\sec\theta\cdot\tan\theta\, d\theta}{\sqrt{a^2\sec^2\theta-a^2}} = \int\sec\theta\cdot d\theta$

令 $u = a\cdot\sec\theta$　　$= \ln|\sec\theta+\tan\theta|+C_1$

$du = a\cdot\sec\theta\cdot\tan\theta\cdot d\theta$　　$= \ln\left|\frac{u}{a}+\frac{\sqrt{u^2-a^2}}{a}\right|+C_1$

$= \ln|u+\sqrt{u^2-a^2}| - \ln|a| + C_1$

$= \ln|u+\sqrt{u^2-a^2}|+C$

8　8. $\int\frac{dx}{5-4x^2}$

令 $x=\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\sin\theta$

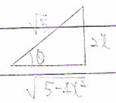
$dx = \frac{\sqrt{5}}{2}\cos\theta\cdot d\theta$

$\therefore$ 原式 $= \int\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\cos\theta\cdot d\theta}{5-4\cdot\frac{5}{4}\sin^2\theta}$

$= \frac{1}{2\sqrt{5}}\int\frac{\cos\theta\cdot d\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{2\sqrt{5}}\int\sec\theta\, d\theta$

$= \frac{1}{2\sqrt{5}}\cdot\ln|\sec\theta+\tan\theta|+C$

$\because \sin\theta = 2x/\sqrt{5}$



$\therefore \sec\theta = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5-4x^2}}$　$\tan\theta = \frac{2x}{\sqrt{5-4x^2}}$

$\therefore$ 原式 $= \frac{1}{2\sqrt{5}}\cdot\ln\left|\frac{\sqrt{5}+2x}{\sqrt{5-4x^2}}\right|+C$

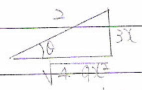
$= \frac{1}{2\sqrt{5}}\ln\left|\frac{\sqrt{\sqrt{5}+2x}}{\sqrt{\sqrt{5}-2x}}\right|+C = \frac{1}{4\sqrt{5}}\cdot\ln\left|\frac{\sqrt{5}+2x}{\sqrt{5}-2x}\right|+C$

7　9. $\int\frac{dx}{x\cdot\sqrt{4-9x^2}} = \int\frac{\frac{2}{3}\cos\theta\cdot d\theta}{\frac{2}{3}\cdot\sin\theta\cdot\sqrt{4-9\cdot\frac{4}{9}\sin^2\theta}}$

令 $x=\frac{2}{3}\sin\theta$　　$= \int\frac{\cos\theta\cdot d\theta}{2\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta} = \frac{1}{2}\int\csc\theta\cdot d\theta$

$dx = \frac{2}{3}\cos\theta\, d\theta$

$= \frac{-1}{2}\cdot\ln|\csc\theta+\cot\theta|+C$



$\csc\theta = \frac{2}{3x}$

$\cot\theta = \frac{\sqrt{4-9x^2}}{3x}$

原式 $= -\frac{1}{2}\ln\left|\frac{2+\sqrt{4-9x^2}}{3x}\right|+C$

朝陽科技大學 九十五 學年度第 二 學期期中（末）考試用紙

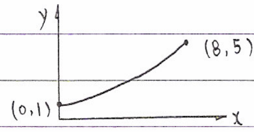
系 級	營建一A.B	科 目	Calculus (II)	考 試 日 期	2007.06.22	頁碼/總頁數
雙面印刷 可 不可		張 數	原稿___頁 x ___ (總份數)	命題教師簽章	Hugo, Hsu	評分

1.請以黑色筆正楷書寫。 2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制： 班級： 學號： 姓名：

一、(1) 導出曲線長 s 對 y 軸的積分公式 (4%)

(2) 求曲線 $(y-1)^3 = x^2$ 在區間 $[0,8]$ 的曲線長度。[6%]



二、求由 $f(x) = 4-x^2$ 和 $g(x) = x+2$ 所圍成的面積與形心 (10%)

三、求下列三個積分 (10%)

1. $\int \frac{x+3}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$ (5%)

2. $\int \frac{1}{1+\sin x}\,dx$ (5%)

四、求下列二個積分 (15%)

1. $\int e^{ax}\cdot\cos bx\cdot dx$ (9%)

2. $\int \sec^3 x\cdot dx$ (6%)

五、計算下列二個積分 (10%)

1. $\int \sin^2 x\cdot\cos^5 x\cdot dx$ (5%)

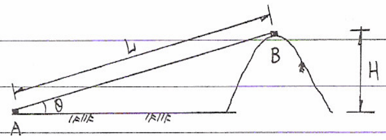
2. $\int \sec^4 2x\cdot\tan^3 2x\cdot dx$ (5%)

六、1. 利用三角函數替代法求 $\int\sqrt{u^2-a^2}\,du$ (7%)（請利用第四題中的第2小題）

2. $\int \frac{2x^3-4x-8}{x(x-1)(x^2+4)}\cdot dx$ (8%)

七、已知 $f(x,y) = x\cdot e^{x^2 y}$，計算 $\partial f/\partial x$ 和 $\partial f/\partial y$ 在點 $(1, \ln 3)$ 的值。(5%)

八、為量測某座山頂 B 相對於點 A 之高程，經測距儀量得 $L = 1200\,m$，經緯儀量得的仰角 $\theta = 20°$。已知測距的誤差為 1.5^{cm}，角度誤差為 $15''$。試問山高 $H=?$，傳播的誤差 $dH=?$ 精度=? (5%)



九、求 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n^2-1}$ 的值。(5%)

十、1. 利用 Taylor 多項式 P_4 將 $f(x) = \ln x$ 在 $c = 1$ 的位置展開，並估計 $\ln(1.2)$ 的近似值至小數點下8位 (8%)

2. 利用 Maclaurin 多項式 P_6 將 $f(x) = \sin x$ 展開，並估計 $\sin(1.0)$ 的近似值至小數點下8位 (7%)

朝陽科技大學　　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考 試 日 期		頁碼/總頁數	1/
雙面印刷	可　　不可	張　數	原稿＿頁 x ＿＿（總份數）	命題教師簽章		評	
1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。 3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。						分	

學制：　　　　班級：　　　　學號：　　　　姓名：

一、(1) $ds = \sqrt{dx^2+dy^2} = \sqrt{dy^2\cdot[1+(\frac{dx}{dy})^2]}$

$= \sqrt{1+(\frac{dx}{dy})^2}\cdot dy$

$\therefore S = \int_c^d \sqrt{1+(\frac{dx}{dy})^2}\cdot dy$.

(2) $(y-1)^3 = x^2 \Longrightarrow x = (y-1)^{\frac{3}{2}}$

$3(y-1)^2\cdot dy = 2x\cdot dx$

$\frac{dx}{dy} = \frac{3(y-1)^2}{2x} = \frac{3(y-1)^2}{2(y-1)^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{2}(y-1)^{\frac{1}{2}}$

$\therefore S = \int_1^5 \sqrt{1+\frac{9}{4}(y-1)}\cdot dy$

$= \int_1^5 \sqrt{\frac{9}{4}y-\frac{5}{4}}\,dy = \frac{1}{2}\int_1^5 \sqrt{9y-5}\,dy$

令 $u = 9y-5 \Rightarrow dy = \frac{du}{9}$

$y=1$，$u=4$　　$\therefore$ O.E. $= \frac{1}{18}\int_4^{40} u^{\frac{1}{2}}\cdot du$

$y=5$，$u=40$　　$= \frac{1}{18}\times\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\Big|_4^{40}$

$= \frac{1}{27}[40^{\frac{3}{2}}-4^{\frac{3}{2}}] = 9.07$

二、$4-x^2 = x+2 \Rightarrow x^2+x-2=0$　$(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-2$，$x=1$

$\therefore A = \int_{-2}^{1}[(4-x^2)-(x+2)]\cdot dx$

$= \int_{-2}^{1}(2-x-x^2)\cdot dx = 2x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\Big|_{-2}^{1}$

$= (2-\frac{1}{2}-\frac{1}{3})-(-4-\frac{4}{2}+\frac{8}{3}) = 9/2$

$\overline{y} = \frac{4}{9}\times\frac{1}{2}\times\int_{-2}^{1}(2-x-x^2)(6+x-x^2)\cdot dx$

$= \frac{1}{9}\int_{-2}^{1}(12+2x-2x^2-6x-x^2+\cancel{x^3}-6x^2-\cancel{x^3}+x^4)\,dx$

$= \frac{1}{9}\int_{-2}^{1}(12-4x-9x^2+x^4)\cdot dx$

$= \frac{2}{5}$

$\overline{x} = \frac{2}{9}\int_{-2}^{1}(2x-x^2-x^3)\cdot dx = -1/2$

三、1. $\int\frac{x+3}{\sqrt{4-x^2}}\cdot dx = \int\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\cdot dx + 3\int\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

其中 $\int\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\cdot dx = \int\frac{-\frac{du}{2}}{u^{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{2}\int u^{-\frac{1}{2}}\cdot du$

令 $u=4-x^2$，$du=-2x\cdot dx$　　$= -\sqrt{4-x^2}+C_1$

$\therefore$ O.E. $= -\sqrt{4-x^2}+3\cdot\sin^{-1}(\frac{x}{2})+C$

2. $\int\frac{dx}{1+\sin x} = \int\frac{1-\sin x}{\cos^2 x}\cdot dx$

$= \int\sec^2 x\cdot dx - \int\sec x\cdot\tan x\cdot dx$

$= \tan x - \sec x + C$

四、1. $\int e^{ax}\cdot\cos bx\cdot dx$

令 $u=\cos bx \Rightarrow du = -b\cdot\sin bx\cdot dx$

$dv = e^{ax}$　　$\therefore v = \frac{e^{ax}}{a}$

$\therefore$ O.E. $= \frac{1}{a}\cdot\cos bx\cdot e^{ax}+\frac{b}{a}\int e^{ax}\cdot\sin bx\cdot dx$ ……①

其中 $\int e^{ax}\cdot\sin bx\cdot dx$

令 $u=\sin bx$　$\therefore du = b\cdot\cos bx\cdot dx$

$dv = e^{ax}$　　$\therefore v = \frac{e^{ax}}{a}$

$\therefore \int e^{ax}\cdot\sin bx\cdot dx = \frac{1}{a}e^{ax}\cdot\sin bx - \frac{b}{a}\int e^{ax}\cdot\cos bx\,dx$

$\therefore \int e^{ax}\cdot\cos bx\cdot dx = \frac{1}{a}\cos bx\cdot e^{ax}+\frac{b}{a^2}\cdot e^{ax}\cdot\sin bx$

$-\frac{b^2}{a^2}\int e^{ax}\cdot\cos bx$

$\therefore (\frac{a^2+b^2}{\cancel{a^2}})\int e^{ax}\cdot\cos bx\,dx = \frac{1}{\cancel{a^2}}e^{ax}(a\cdot\cos bx+b\cdot\sin bx)$

$\therefore \int e^{ax}\cdot\cos bx\cdot dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cdot\cos bx+b\cdot\sin bx)+C$

2. $\int\sec^3 x\cdot dx$

$= \int\sec x\cdot(\sec^2 x)\cdot dx$

令 $u=\sec x$　　$du=\sec x\cdot\tan x\cdot dx$

$dv=\sec^2 x\cdot dx$　　$v=\tan x$

$\therefore \int\sec^3 x\cdot dx = \sec x\cdot\tan x - \int\sec x\cdot\tan^2 x\cdot dx$

$= \sec x\cdot\tan x - \int\sec x\cdot(\sec^2 x-1)\cdot dx$

$= \sec x\cdot\tan x - \int\sec^3 x\cdot dx + \int\sec x\cdot dx$

$\therefore \int\sec^3 x\cdot dx = \frac{1}{2}\sec x\cdot\tan x+\frac{1}{2}\ln|\sec x+\tan x|+C$

朝陽科技大學　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考 試 日 期		頁碼/總頁數	2
雙面印刷	可　　不可	張　數	原稿___頁 x ____（總份數）	命題教師簽章		評	
1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。 3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。						分	

學制：　　班級：　　學號：　　姓名：

五、1. $\int \sin^2 x \cdot \cos^5 x \cdot dx$

$= \int \sin^2 x \cdot \cos^4 x \cdot \cos x \cdot dx$

$= \int \sin^2 x \cdot (1-\sin^2 x)^2 \cdot \cos x \cdot dx$

令 $u = \sin x \quad du = \cos x \cdot dx$

$\therefore$ O.E. $= \int u^2 \cdot (1-u^2)^2 \cdot du$

$= \int (u^2 - 2u^4 + u^6)\, du = \frac{u^3}{3} - \frac{2}{5}u^5 + \frac{u^7}{7} + C$

$= \frac{1}{3}\sin^3 x - \frac{2}{5}\sin^5 x + \frac{1}{7}\sin^7 x + C$

2. $\int \sec^4 2x \cdot \tan^3 2x \cdot dx$

$= \int \sec^3 2x \cdot \tan^2 2x\, (\sec 2x \cdot \tan 2x)\, dx$

$= \int \sec^3 2x \cdot (\sec^2 2x - 1) \cdot (\sec 2x \tan 2x) \cdot dx$

令 $u = \sec 2x \quad du = 2 \cdot \sec 2x \cdot \tan 2x \cdot dx$

$\therefore$ O.E. $= \frac{1}{2} \int u^3 \cdot (u^2 - 1) \cdot du$

$= \frac{1}{2} \int (u^5 - u^3) \cdot du$

$= \frac{1}{12} u^6 - \frac{1}{8} u^4 + C$

$= \frac{1}{12} \sec^6 2x - \frac{1}{8} \sec^4 2x + C$

六、1. $\int \sqrt{u^2 - a^2} \cdot du$

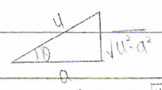
令 $u = a \cdot \sec\theta \quad du = a \cdot \sec\theta \cdot \tan\theta \cdot d\theta$

O.E. $= \int \sqrt{a^2(\sec^2\theta - 1)} \cdot a \cdot \sec\theta \cdot \tan\theta\, d\theta$

$= a^2 \cdot \int \sec\theta \cdot \tan^2\theta\, d\theta$

$= a^2 \cdot \left(\int \sec^3\theta\, d\theta - \int \sec\theta \cdot d\theta\right)$

$= a^2/2 \cdot (\sec\theta \cdot \tan\theta - \ln|\sec\theta + \tan\theta|) + C$



$\sec\theta = \frac{u}{a} \quad \therefore \tan\theta = \frac{\sqrt{u^2 - a^2}}{a}$

$\therefore$ O.E. $= \frac{a^2}{2}\left(\frac{u \cdot \sqrt{u^2 - a^2}}{a^2} - \ln\left|\frac{u + \sqrt{u^2 - a^2}}{a}\right|\right) + C$

$= \frac{1}{2}\left(u \cdot \sqrt{u^2 - a^2} - a^2 \cdot \ln|u + \sqrt{u^2 - a^2}|\right) + C$

2. $\frac{2x^3 - 4x - 8}{x(x-1)(x^2+4)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+4}$

$\therefore 2x^3 - 4x - 8 = A(x-1)(x^2+4) + Bx(x^2+4)$
$+ (Cx+D)x \cdot (x-1)$

$x = 0,\ A = 2,\quad x = 1,\ B = -2$

$x = -1 \quad \therefore 2 = -C + D \quad \therefore C = 2$

$x = 2 \quad 8 = 2C + D \quad D = 4$

O.E. $= \int \frac{2}{x} \cdot dx + \int \frac{-2}{(x-1)} \cdot dx + \int \frac{2x}{x^2+4} \cdot dx + \int \frac{4}{x^2+4}\, dx$

$= 2 \cdot \ln|x| - 2 \cdot \ln|x-1| + \ln(x^2+4) + 2 \cdot \tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + C$

七、$f(x,y) = x \cdot e^{x^2 y}$ ，point $(1, \ln 3)$

$\partial f/\partial x = x \cdot e^{x^2 y} \cdot 2xy + e^{x^2 y} = (2x^2 y + 1) \cdot e^{x^2 y} \Big|_{(1, \ln 3)}$

$= (2 \cdot \ln 3 + 1) \cdot e^{\ln 3} = 3 \cdot (2\ln 3 + 1)$

$\partial f/\partial y = x \cdot e^{x^2 y} \cdot x^2 = x^3 \cdot e^{x^2 y} = 1 \cdot e^{\ln 3} = 3$

八、$H = L * \sin\theta = 1200 * \sin 20^\circ = 410.4242^{m}$

$dH = \partial H/\partial L \cdot dL + \partial H/\partial\theta \cdot d\theta = \sin\theta \cdot dL + L \cdot \cos\theta \cdot d\theta$

$= \sin 20^\circ * 0.015 + 1200 * \cos 20^\circ * \frac{15}{3600} * \frac{\pi}{180}$

$= 0.08713^{m}$

$\therefore$ 精度 $= \frac{0.08713}{410.4242} = \frac{1}{4710.27}$

九、$\frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{A}{(2n-1)} + \frac{B}{(2n+1)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$

$1 = A(2n+1) + B \cdot (2n-1) \quad \therefore A = \frac{1}{2},\ B = -\frac{1}{2}$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \cdots\right.$

$= \frac{1}{2}$

十、1. $P_4(x) = f(c) + f'(c)(x-c) + \frac{f''(c)}{2}(x-c)^2$
$+ \frac{f'''(c)}{6}(x-c)^3 + \frac{f^{(4)}(c)}{24}(x-c)^4$

$f(x) = \ln x \quad f(1) = 0$

$f'(x) = \frac{1}{x} \quad f'(1) = 1$

$f''(x) = -\frac{1}{x^2} \quad f''(1) = -1$

$f'''(x) = 2/x^3 \quad f'''(1) = 2$

$f^{(4)}(x) = -6/x^4 \quad f^{(4)}(1) = -6$

$\therefore P_4(x) = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4$

$\ln(1.2) = 0.2 - \frac{1}{2}(0.2)^2 + \frac{1}{3}(0.2)^3 - \frac{1}{4}(0.2)^4$

$= 0.18226667$

朝陽科技大學　　學年度第　　學期期中（末）考試用紙

系　級		科　目		考試日期		頁碼／總頁數	3/
雙面印刷	可　　不可	張　數	原稿＿頁 x ＿＿（總份數）	命題教師簽章		評分	

1.請以黑色筆正楷書寫。　2.試題超過兩頁以上，請在試題紙右上角標明頁碼。
3.兩頁以上未註明者一律雙面印製。

學制：　　班級：　　學號：　　姓名：

2. $f(x) = \sin x \quad f(0)=0$

$f'(x) = \cos x \quad f'(0)=1$

$f''(x) = -\sin x \quad f''(0)=0$

$f'''(x) = -\cos x \quad f'''(0)=-1$

$f^{(4)}(x) = \sin x \quad f^{(4)}(0)=0$

$f^{(5)}(x) = \cos x \quad f^{(5)}(0)=1$

$f^{(6)}(x) = -\sin x \quad f^{(6)}(0)=0$

$P_6(x) = f(0) + f'(0)\cdot x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{6}x^3$

$+ \frac{f^{(4)}(0)}{24}x^4 + \frac{f^{(5)}(0)}{120}x^5 + \frac{f^{(6)}(0)}{720}x^6$

$= 0 + x + \frac{0}{2}x^2 + \frac{-1}{6}x^3 + \frac{0}{24}x^4 + \frac{x^5}{120} + \frac{0}{720}x^6$

$= x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$

$\therefore \sin(1) \doteqdot 0.841666667$

真值 $= 0.8414709848$