物理作業-科學家　電通一A　9630006　楊志偉

歐基里德-生平:

歷史上有關歐基里德個人履歷及性格的記載不多。只知道他誕生於公元前325年左右，在約公元前300年他是個數學教授。甚至連他的出生日期及地點亦不詳。然而，他的數學著作至今仍是學校的基本教材。在西方，能爲後世人如此廣泛研究及應用的著作只有聖經可比而已。

歐基里德-貢獻:

歐氏的偉大著作「幾何原本」共有十三卷。我們現今在學校的幾何教材均來自其中的九卷。在這十三卷中，第一至第六卷是平面幾何學，前四卷是最基本的東西，如線，角，三角形，多邊形，圓等基本作圖及性質。第五卷是敘述一些定理及證明。第六卷是討論一些應用問題。第七卷至第十卷是數論，它是研究數的整除性，幾何級數及質數的一些性質。第十一卷至十三卷是立體幾何學。

「幾何原本」一書，在五世紀以阿拉伯文流傳下來。至十世紀譯成拉丁文傳入西歐各國。直至1607年中國的徐光啓和義大利傳教士利瑪竇同將「幾何原本」的前六卷譯爲中文。後幾卷直至1857年才由李善蘭及偉烈亞力合譯而成。

其實，在他的著作中僅有小部份定理是他自己創造的，大多數的定理均是由他收集而編訂成一巨著，他可說是一個起點加上一系列的公理和假設，將各數學家的智慧加以簡化綜合及邏輯性的推理，最後成爲一部自古以來最偉大的教本。他的著作由初版至今共出了一千版之多。

《幾何原本》〔Elements〕，是一部劃時代的著作，就其大部份內容來說，是對於公元前七世紀以來，希臘幾何積聚起來的豐富成果作出高度成功的編纂和系統的整理，其主要功績在於對命題的巧妙選擇，和把它們排列進由少數初始假定出發，演繹地推導出的合乎邏輯的序列中。換言之，《原本》偉大的歷史意義在於它是用公理方法建立起演繹體系的最早典範。

《幾何原本》的內容：

第一卷很自然地是從必要的初步的定義、公設和公理開始；

第二卷討論面積的變換和畢氏學派的幾何式代數；

第三卷包括中學幾何課本中許多關於圓、弦、割線、切線及有關角的量度的定理；

第四卷討論用直尺和圓規作正三角形、正四、五、六和十五邊形，以及在給定圓內〔外〕作這些內接〔外　切〕正多邊形；

第五卷是對歐多克索斯比例理論的精彩闡述；

第六卷把歐多克索斯的比例理論應用於平面幾何；

第七、八、九卷講的是初等數論；

第十卷討論無理數；

歐基里德-理論:

歐幾里得提出了 5 個公理和 5 個公設：
公理 1　與同一件東西相等的一些東西，它們彼此也是相等的。
公理 2　等量加等量，總量仍相等。
公理 3　等量減等量，餘量仍相等。
公理 4　彼此重合的東西彼此是相等的。
公理 5　整體大於部分。

公設 1　從任意的一個點到另一個點，作一條直線是可能的。
公設 2　把有限的直線不斷循直線延長是可能的。
公設 3　以任一點爲圓心和任一距離爲半徑作一圓是可能的。
公設 4　所有的直角都相等。
公設 5　如果一直線與兩直線相交，且同側所交兩內角之合小於兩　直角，則兩直線無限延長後必相交於該側的一點。

公理的正確性是無庸置疑的，因爲它們都經過了長期實踐的反覆檢驗，除了　第 5 公設外，其它公理的正確性幾乎是一目瞭然的。

歐幾里德域

在抽象代數中，**歐幾里德域**（也稱作**歐幾里德環**）是一種能作輾轉相除法的整環。凡歐幾里德域必爲主理想域。

定義

一個歐幾里德域是一整環 D 及函數 $v : D \setminus \{0\} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$，使之滿足下述性質：

若 $a, b \in D$ 而 $b \neq 0$，則存在 $q, r \in D$ 使得 $a = bq + r$，而且或者 $r = 0$，或者 $v(r) < v(b)$。

若 a 整除 b，則 $v(a) \leq v(b)$。

函數 v 可設想成元素大小的量度，當 $D = \mathbb{Z}$ 時可取 $v(x) := |x|$。

例子

歐幾理德域的例子包括了：

整數環 $\mathbb{Z}$，$v(x) = |x|$。

高斯整數環 $\mathbb{Z}[\sqrt{-1}]$。

域上的多項式環（$v(f) = \deg f$）與冪級數環（$v(f)$ 定義爲使 $X^n | f(X)$ 的最大非負整數 n）。

離散賦值環，$v(x)$ 定義爲使 $x \in \mathfrak{m}^n$ 的最大非負整數 n，其中 $\mathfrak{m}$ 表該離散賦值環的唯一極大理想。

利用輾轉相除法（定義中的第一條性質），可以證明歐幾里德域必爲主理想域，此時理想由其中 v-值最小的元素生成。由此得到一個推論：歐幾里德域必爲唯一分解域。

並非所有主理想域都是歐幾里德域，Motzkin 證明了 $\mathbb{Q}[\sqrt{d}]$ 的整數環在 $d = -19, -43, -67, -163$ 時並非歐幾里德域，卻仍是主理想域。這方面的進一步結果詳見以下文獻。