

物理報告



左邊那位是年輕的黎曼(!?)

(欸 不要用頭髮來判斷年齡啊)

電通一 A

9630010

謝昆翰

黎曼-生平

黎曼 (Georg Friedrich Bernhard Riemann, 公元 1826 年 9 月 17 日—公元 1866 年 7 月 20 日)

是有名德國數學家。生於德國漢諾威的布雷斯倫茨，卒於意大利塞那斯加。

1846 年入哥廷根大學學習哲學和神學，不久轉向數學，成為高斯晚年的學生。

1847 年後曾到柏林就讀，在那裡受到狄利克雷、雅可比、施泰納和艾森斯坦等

數學家的影響。1850 年回到哥廷根。1851 年以《單複變函數的一般理論基礎》

一文獲博士學位。1854 年成為哥廷根大學講師，並發表了著名的就職演說《關於幾何基礎的假設》。

1859 年接替狄利克雷的教授職務，同年當選為德國科學院院士。

科學家都是天才嗎?(蹣)

黎曼是 19 世紀極富創造性的數學家之一。

他在複變函數論、傅立葉級數、幾何學基礎、素數分布等方面都有重要貢獻。

在他的博士論文中，把單值解析函數推廣到多值解析函數，用拓撲學方法研究複變函數論，發展成黎曼曲面論。

他的工作為 19 世紀複變函數論的全面發展奠定了基礎。

黎曼在 1854 年的就職論文《關於用三角級數表示函數的可能性》中，討論了函數的傅立葉級數及其收斂性問題，並舉例闡明函數的連續性與可微性之間的區別。

他的就職演說《關於幾何基礎的假設》已成為著名的歷史文獻，其中發揚了高斯關於曲面的微分幾何研究，闡述了曲率和流形的概念，建立了黎曼空間的概念，為幾何學開拓了更廣闊的研究領域——黎曼幾何學，這些工作後來成為廣義相對論的數學基礎。

1859 年，黎曼在德國科學院院刊上發表了題為《論小於給定數的素數個數》的論文，該文中研究了黎曼 ζ 函數，並將素數分布問題歸結為對該函數的研究，提出了關於黎曼 ζ 函數的 6 個猜想，包括著名的「黎曼猜想」。

方程 $1/1^s + 1/2^s + 1/3^s + \dots + 1/n^s + \dots = 0$ 的解

都位於複數平面上 $\sigma = 1/2$ 這條直線上。自此之後，解析數論中的一大批世界級難題幾乎都與這篇文章有關，而這些有待解決的問題正好使解析數論這門學科充滿活力。

上面這段方程式真是奧妙(炸)

黎曼廣泛使用解析函數的工具研究數論，開創了解析數論這一新的分支。此外，他在阿貝爾函數、積分論、橢圓函數論、超幾何級數、微分方程等許多方面都有成就。在數學物理方面也發表了一些創造性的論文。

Einstein(←愛因斯坦!?)創立的廣義相對論就是以黎曼幾何學的空間概念為基礎的

黎曼認為經由數學可以聯繫磁力，光，重力，和電，並且提出所謂的場論概念，企圖以數學來描述電荷週遭的空間結構。

黎曼幾何

黎曼 (Riemann) 幾何的發展，這是笛卡兒坐標幾何的自然推廣。

在笛卡兒坐標系中如果我們取 m 維的空間，一個點就可以用 m 個坐標 $(x^1, x^2, \dots, x^m)$ 來表示，而此點到原點的距離如果是 d ，那麼就有

$$d^2 = \sum g_{ik} x^i x^k$$

即這個點到原點距離的平方，是坐標的一個二次式。

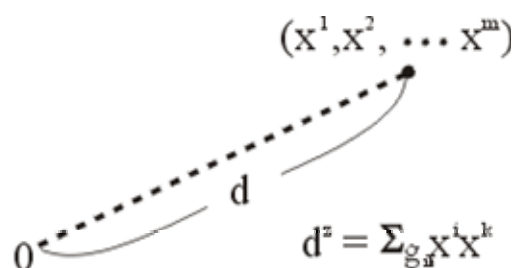
而黎曼不但用坐標，他還用坐標的微分，於是硬把笛卡兒幾何局部化。

因此黎曼幾何可說是一個局部化的幾何。黎曼幾何主要建構在弧長 s 上，弧長

微分的平方會等於坐標的一個二次微分式，即 $ds^2 = \sum g_{ik} dx^i dx^k$ ；

用弧長即可建立一個幾何，因為既然有了 ds ，便可計算兩點所連接的曲線的長度，也就是弧長。

「測地線」(geodesic) 是指在兩點間使弧長最短的那條曲線，它是平面上直線的推廣。有了測地線，便可以有了面積及其他種種觀念。



為了計算長度或面積之類的嗎？

黎曼幾何最初在二維的情形是高斯（Gauss, 1777~1854 年）發展的，他在 1827 年寫了一本差不多五十頁的小冊子，研究在二維（即曲面）的情形及這樣的 ds^2 之下，所能夠發展的幾何性質。

他的目的是爲了應用，因爲當時的德國 Hannover 政府要他主持一個測量工作，爲了給這個測量工作一個理論基礎，於是高斯寫下了這篇在微分幾何上最要緊的論文，微分幾何自此誕生。

以前關於把微積分用在幾何上的問題，只能說是微積分在幾何學上的應用，在高斯這篇文章之後，微分幾何便成了一門獨立的學問，就是從 ds^2 得到一切的幾何性質。

1854 年，黎曼（1826~1866 年）在爲取得大學教書資格的公開演講上，發表了黎曼幾何的第一篇論文。黎曼幾何並不像其他我們所談的歐幾里得幾何，或者克萊恩的 Erlangen program 幾何，或者是投影幾何，需要整個的空間。

在黎曼幾何的情形之下，我們只需要空間的一部分，因爲 ds^2 有意義，我們便可量弧長、面積、角度等幾何性質，不需要知道全部的空間。也就是說，在這樣的一個小塊裡，便可發展全部的幾何性質，這是黎曼幾何革命性的觀念，使幾何局部化，這個和物理上的場論是完全符合的。

真正使黎曼幾何受到重視的是愛因斯坦的廣義相對論。

大致說起來，愛因斯坦的廣義相對論是要把物理幾何化，也就是說把物理的性質變爲幾何的性質，因此黎曼幾何就成爲物理學家一定要念的一門數學。到了黎曼空間一樣有曲率的概念，只是因爲黎曼空間是高維的，所以它的曲率概念就變得相當複雜。

在愛因斯坦的廣義相對論中的基本公式裡，大致說起來，物理的力是一個曲率；數學家講曲率和物理學家講力、位 (potential)、速度，是完全可以把它們連在一起的。

後記

我怎麼會選到黎曼呢(炸)
爲了和大家不一樣 我想了很久
決定在文章上做一些小小的吐嘈(這是有意義的!!!)
(有奇怪的括號)
當然是看過才會產生吐槽的行爲

雖然是有看沒有懂
不過我還是把我的感想寫出來吧

黎曼在圖形空間(二維)把長度或面積算出來
幾何局部化
指的大概是微分吧
只需要一點點的空間
就能算出其他的幾何性質
所以說在他寫出這論文
微積分就成了獨立的一門課程(?)

另外就是
原來黎曼是高斯的學生(笑)

以上是我絞盡腦汁做的總結

對了 我果然不是當數學家的料