

數學王子-高斯

〈 Carl Friedrich Gauss, 1777~1855, 德國〉

生平事蹟

泥水匠的兒子: 1777 年 4 月 30 日出生於德國的不倫瑞克(Brunswick)城，高斯的祖父是農民，父親除了從事園藝的工作外，也當過各色各樣的雜工，如護堤員、建築工等等。母親是一名石匠的女兒，在三十四歲時才結婚，三十五歲生下了高斯，而她有一個很聰明的弟弟弗里德里希(Friederich)，他手巧心靈是當地出名的織綢能手，高斯的這位舅舅，對小高斯很照顧，有機會就儘可能啓迪高斯的邏輯思維能力，高斯日後對早逝的舅舅婉惜道:「我們失去了這樣一位業已誕生的天才。」。

高斯不到三歲的時候，有一天他觀看父親在計算受他管轄的工人們的周薪。父親在喃喃的計數，最後長嘆的一聲表示總算把錢算出來，父親唸出錢數，準備寫下時，突聽到身旁傳來微小的童音:「爸爸！算錯了，應該是.....。」父親驚異地再算一次，小高斯所說的數目是正確的，奇特的地方是沒有人教過高斯怎麼樣計算，而小高斯平日靠觀察，在成人不知不覺時，他自己學會了計算。

剛七歲時，高斯進入一所保有中古陋習的學校，由一位粗魯殘忍名叫比特納辦的；十歲那年，高斯進入算術的初級班，有一天比特納爲了偷懶一下，要學生計算： $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100 = ?$ 在他把問題講完不久，高斯就在他的石板上端端正正地寫下答案，而在這一小時的課上，其他孩子都吃力的計算，最後只有高斯的答案是正確無誤。比特納除驚訝於一位未經指導的小孩能算出此問題，並迅速彌補他的前行，他花錢買了當時最好的算術教科書給他，並說:「他遠比我強，我不可能教他更多東西。」。幸而此時來了一位助教巴特斯(Bartles, 1769~1836)，兩人一同研究教科書中的代數證明和分析的基本原理，使高斯於十一歲時能對教科書中二項式定理的證明不足之處予以嚴謹的證明，兩人一生中均保持著溫暖的友誼，巴特斯並設法使不倫瑞克的一些有影響力的人，對高斯的才華留下深刻的影響，包括不倫瑞克公爵斐迪南(Ferdinand)。



裴迪南公爵:1791 年，公爵首次接見 14 歲的高斯，孩子的謙遜和笨拙打動了慷慨的公爵的心，於是決定給他經濟援助，讓他有機會受高深教育，在費迪南公爵的善意幫助下，1792 年 2 月，十五歲的高斯獲准進入不倫瑞克的卡洛林學院(程度相當於高中和大學之間)。而公爵的援助使高斯大學能順利畢業、博士論文得以印製、出版《算術研究》一書及 1805 年增加高斯的生活津貼使其能結婚，直到 1806 年公爵因受命指揮普魯士軍隊去對抗拿破崙的進攻受傷而死為止。高斯的博士論文中即獻詞給公爵:「您的仁慈始我能從所有其他的羈絆中解脫出來，專注於此項工作。」。

正十七邊形作圖:高斯在卡洛林學院中，專心於閱讀牛頓(Newton，1642~1727[英])、尤拉(Euler，1707~1783[瑞士])、拉格朗日(Lagrange，1736~1813[法])等這些歐洲著名數學家的重要作品，他對牛頓的原理一書特別欽佩。此外，他亦熱衷於語言文學的研究，他的很多偉大的著作就是用拉丁文寫成的，由於在古典語文方面的長足進步，卻使他陷入一場職業危機:1795 年高斯自卡洛林學院畢業後欲進入哥廷根(Göttingen)大學時，他猶豫著究竟該念數學亦或語言?此時他恰好解決了兩千多年來無人能解的幾何問題:正十七邊形的直尺與圓規的作法，他並證明出:一個正 n 邊形可以直尺與圓規畫出，僅在 n 為下列兩種情形: (1) $n=2^k$ ， $k=2,3,\dots$ (2) $n=2^k \cdot (2^{2^k}+1)$ ， $k=0,1,2,\dots$ 。這個發現使他決定終生研究數學，日後他亦表示希望死後在他的墓碑上刻上一個正十七邊形。

代數基本定理:1795 年 10 月他離開家鄉到哥廷根去念大學，在哥廷根大學的三年(1795 年 10 月~1798 年 9 月)是高斯一生中成果出得最多的時期，在裴迪南公爵的資助下，高斯不需為經濟情況擔憂，他埋頭著作，交友甚少。1798 年，他轉到黑爾姆施泰特(Helmstedt)大學，受到全德國最有名的數學家普法夫(Pfaff，1765~1825)的熱烈歡迎。1799 年(二十二歲)高斯提出他的博士論文，這論文證明了代數上一個重要的定理，即代數基本定理：任何一複係數方程必有一個複數根。事實上在高斯之前已有許多數學家認為已給出了這個結果的證明，可是沒有一個證是嚴密的，高斯是第一個給出嚴密無誤的證明，高斯認為這個定理是很重要的，以後在他一生中又給出了四個不同的證明方式，最後一個證明是在他七十歲時給的。

算術研究(Disquisitiones Arithmeticae):二十歲時高斯在他的日記上寫，他有許多數學想法出現在腦海中，由於時間不定，因此只能記錄一小部份。在 1801 年時(二十四歲)他將他的研究的成果《算術研究》出版，原來有八節，由於錢不夠，只好印成七節，這書可以說是數論第一本有系統的巨著:前三節分析討論同餘理論，第四節發展二次餘數理論，第五節從算術的觀點引入二元二次型理論並同時討論三元二次型，第六節則將前述理論應用於各種特殊情況，第七節用前述成果

討論了代數方程式 $x^n=1$ 。拉格朗日於 1804 年寫給高斯的信中說:「你的《算術研究》一書已始你立即躋身於第一流數學家之列。」。

谷神星(Ceres):1799 年,高斯自黑爾姆施泰特大學畢業後回到不倫瑞克,由於未能在大學找到教職,又不願一直依賴公爵的幫助,高斯選擇成為專業天文學家,放棄了純數學的研究。而自 1781 年赫歇爾(Herschel)爵士發現天王星後,天文學家一直在找尋太陽系中的新行星,依據波得(Bode)定則,在火星和木星之間應可找到新行星,但由於此顆新行星是在極難觀測的位置發現,已得的數據極為有限,以前牛頓聲稱此種問題在數學天文學中是最難的,大哲學家黑格爾(Hegel, 1770~1831[德])亦堅持從哲學觀點來看只能有七個行星,不會多也不會少,但高斯獨創只需三次觀察即可計算出星球橢圓軌道的方法,1801 年,人們依據高斯的方法,只花一、兩個小時,就找到了谷神星,1802 年,又發現了智神星(Pallas),這使得高斯聲名遠播,俄國聖彼得堡科學院選他為會員,並欲聘請他至俄國接替尤拉的位置,德國並不願意失去高斯,在地方人士奔走下,承諾在哥廷根建立一座天文台,1807 年委任高斯出任第一任天文台台長,同時為哥廷根大學的學生講授數學課。

韋伯(Weber):高斯於 1820~1830 年為了繪製汗諾華(Hanover)公國的地圖,他專心於測地學的工作,並且因需要而發明了日觀測儀,1827 年寫了《曲面的一般研究》一書。1830~1840 年期間,高斯和小他 27 歲的年輕物理學家韋伯一起合作,1833 年,高斯從他的天文台拉了一條長八千呎的電線到韋伯的實驗室,構造了世界第一個電報機。1829 年,他發表了《地磁的一般理論》一書,1840 年,他和韋伯畫出了世界第一張地球磁場圖,並且定出地球磁南極和磁北極的位置。

不輕易發表:如他的好朋友瓦爾特肖森(Waltershausen)所說:“高斯時常努力去檢查其作品,直到合乎他意的形式為止,他常說一個美好的建築物完成時,是看不到建築時所用的台架。”,經過這樣的努力所得的成果確實是完美無缺的,但卻是不易理解的,因為在演算中為達到既定目標所循的步驟被略去了,人們欲了解他的思路變得十分艱難;雅可比(Jacobi, 1804~1851[德])說:“高斯的證明既硬且冰,你想知道他的證明需先將他的證法融化。”,阿貝爾 (Abel, 1802~1829[挪威])說:“高斯像一隻狐狸,用尾巴抹去地上的痕跡。”。人們在高斯 1855 年 2 月 23 日因心臟病去逝後,整理出他在非歐幾何學{羅伯切夫斯基 Lobatchewsky, 1793~1856[俄]、約翰·波爾約(John Bolyai, 1802~1860)}與橢圓函數論{雅可比、阿貝爾}方面的研究價值遠超過已發表他人之價值,當約翰·波爾約的父親拿著約翰的作品給高斯看時,高斯的答覆是“我不能讚美約翰,因為我不能稱讚自己的東西。”。

勒布朗(Le Blanc)先生:蘇菲·熱爾曼(Sophie Germain, 1776~1831[法])女士自幼在

家人反對且無人引導下自學數學，法國艾柯爾高等理工學院(École Polytechnique)在 1794 年成立，但不招女生，蘇菲勤奮收集教授的演講大要，拉格朗日的一門分析學課程允許學生繳交報告代替考試，蘇菲借用了一名已離校的男學生勒布朗之名，將自己的報告交給拉格朗日，拉格朗日對這份報告印象十分深刻，要求見面之後，除了訝異她的身份外，並給與很大的鼓勵；後來蘇菲的研究興趣轉向數論，在研究高斯的傑作《算術研究》後，再一次以勒布朗之名與高斯通信，高斯在不知情下與之交換心得，後因拿破崙入侵德國，蘇菲寫信給她的一位法國將軍朋友請求其保護高斯的安全，才暴露其身份，但高斯知道後並未因被矇騙而生氣，仍愉快的與其通信。1816 年，蘇菲因《彈性板振動研究》而獲得法國巴黎科學院的大獎而聲名大噪，高斯將她推薦給哥廷根的教授團，請求頒授一個榮譽博士學位給她，可惜遲了一步，蘇菲於 1831 年因乳腺癌去逝。

閒暇生活:高斯平時喜好博覽歐洲文學作品，尤好英國文學，他難以忍受莎士比亞悲劇中的痛苦，他儘量選讀喜劇性的傑作，而拜倫、歌德、席勒則是被他認為是矯揉、墮落的。他對外國語言亦興趣盎然，爲了試驗自己腦力的可塑性，他潛心學習一門新語言，他深信鍛鍊能保持頭腦的年輕；六十二歲時，在沒有任何人幫助的情況下自學俄語，兩年之後，他已能順利閱讀俄國散文及詩歌，並以俄語同聖彼得堡科學院的朋友書信往來，而後來自俄國來的朋友至哥廷根訪問他時，發現他講的俄語還相當標準。高斯每天亦花一小時左右的時間至博物館閱讀各地的報紙，關心世界各地的政治，所以他自 1799 年後就幾乎沒有離開過哥廷根，對他而言，人不用總是在世界各地遊歷才能知道那些地方發生什麼事，他透過閱讀(多半不相信所閱讀的新聞)、思考、從而了解事實的真相。

你，自然，藝術家，我的上帝；我的一切皆受你的規律的約束(高斯格言):高斯於 1805 年與約翰妮(Johanne)結婚，育有二子一女，1809 年，約翰妮去逝，隔年，1810 年，高斯與米娜(Minna)再婚，生有二子一女。高斯的生活很簡樸，即使在他名滿天下之後亦不改，如同他的好朋友瓦爾特肖森(Waltershausen)所說:“仍像年輕那樣，他在垂暮之年直到去世前，依然保持著簡樸的生活。一間小書房，一張覆蓋著綠桌布的工作台，一張白漆的寫字台，一張小小的沙發，在七十歲後才添置的一把手扶椅，一盞罩燈，一間無暖氣的臥室，平淡的飲食，一件禮服和一頂絨帽，這些就構成了他工作和生活所需的一切。”，這正是高斯畢生奉獻於數學和自然科學的真實寫照。

他人眼中的高斯:(a)洪堡男爵問拉普拉斯(Laplace, 1749~1827[法]):“誰是德國最偉大的數學家?”，拉普拉斯答道:“普法夫。”，洪堡男爵問:“那高斯呢?”拉普拉斯回答:“高斯是全世界最偉大的數學家。”。(b)一位女性觀眾至哥廷根天文台參觀後問助手“地球和金星的距離有多遠?”，助手答:“我不能告訴您，夫人，高斯先生負責天空上的數學，而我只注意天空的美麗。”。(c)克羅內克

(Kronecker, 1823~1891[波蘭]): “像本世紀(19 世紀)的數學在創造性的科學思想方面所產生的其他一切事物一樣，對系統算術的進一步精闢闡述和發展是與高斯連在一起的。” (d)克萊因(Klein, 1849~1925): “你看那十八世紀大數學家，就像一連串起伏的高山，終止於動人的高峰 Gauss，越過該高峰是一大片大且肥沃的田園，充滿了生命的欣欣向榮。”

PartII.貢獻與地位

- 1.數論(同餘理論、代數基本定理、超幾何級數)。
- 2.複變函數論。
- 3.非歐幾何學(微分幾何學)。
- 4.橢圓函數。
- 5.拓樸學。
- 6.天文學(最小平方法、天體運動理論)。
- 7.大地測量學、表面理論、地圖繪製理論。
- 8.數學物理(電磁學、地磁學、引力理論、勢論)。