

# 數學王子—高斯



**高斯**(Johann Carl Friedrich Gauss, 1777年4月30日—1855年2月23日), 生於不倫瑞克, 卒於哥廷根, 德國著名數學家、物理學家、天文學家、大地測量學家。高斯被認為是最重要的數學家, 並有「**數學王子**」的美譽。

1792年, 15歲德高斯進入 Braunschweig 學院。在那裡, 高斯開始對高等數學作研究。獨立發現了二項式定理的一般形式、數論上的「**二次互反律**」(Law of Quadratic Reciprocity)、質數分佈定理(prime number theorem)、及算術幾何平均(arithmetic-geometric mean)。

1795年高斯進入哥廷根大學。1796年, 19歲的高斯得到了一個數學史上極重要的結果, 就是《**正十七邊形尺規作圖之理論與方法**》。

1855年2月23日清晨, 高斯於睡夢中去世。

## \*生平

高斯是一對普通夫婦的兒子。他的母親是一個貧窮石匠的女兒, 雖然十分聰明, 但卻沒有接受過教育, 近似於文盲。在她成為高斯父親的第二個妻子之前, 她從事女傭工作。他的父親曾做過園丁, 工頭, 商人的助手和一個小保險公司的評估師。當高斯三歲時便能夠糾正他父親的借債帳目的事情, 已經成為一個軼事

流傳至今。他曾說，他在麥仙翁堆上學會計算。能夠在頭腦中進行複雜的計算，是上帝賜予他一生的天賦。

高斯有一個很出名的故事：用很短的時間計算出了小學老師佈置的任務：對自然數從 1 到 100 的求和。他所使用的方法是：對 50 對構造成和 101 的數列求和（ $1+100, 2+99, 3+98, \dots$ ），同時得到結果：5050。這一年，高斯 9 歲。

哥廷根大學當高斯 12 歲時，已經開始懷疑元素幾何學中的基礎證明。當他 16 歲時，預測在歐氏幾何之外必然會產生一門完全不同的幾何學，即非歐幾里德幾何學。他導出了二項式定理的一般形式，將其成功的運用在無窮級數，並發展了數學分析的理論。

高斯的老師 Bruettner 與他助手 Martin Bartels 很早就認識到了高斯在數學上異乎尋常的天賦，同時 Herzog Carl Wilhelm Ferdinand von Braunschweig 也對這個天才兒童留下了深刻印象。於是他們從高斯 14 歲起便資助其學習與生活。這也使高斯能夠在公元 1792–1795 年在 Carolinum 學院（今天 Braunschweig 學院的前身）學習。18 歲時，高斯轉入哥廷根大學學習。在他 19 歲時，第一個成功的用尺規構造出了規則的 17 角形。

高斯於公元 1805 年 10 月 5 日與來自 Braunschweig 的 Johanna Elisabeth Rosina Osthoff 小姐(1780-1809)結婚。在公元 1806 年 8 月 21 日迎來了他生命中的第一個孩子 Joseph。此後，他又有兩個孩子。Wilhelmine (1809–1840) 和 Louis (1809–1810)。1807 年高斯成爲哥廷根大學的教授和當地天文臺的台長。

高斯非常信教且保守。他的父親死於 1808 年 4 月 14 日，早些時候的 1809 年 10 月 11 日，他的第一位妻子 Johanna 也離開人世。次年 8 月 4 日高斯迎娶第二位妻子 Friederica Wilhelmine (1788-1831)。他們又有三個孩子：Eugen (1811-1896)、Wilhelm (1813-1883) 和 Therese (1816-1864)。1831 年 9 月 12 日她的第二位妻子也死去，1837 年高斯開始學習俄語。1839 年 4 月 18 日，他的母親在哥廷根逝世，享年 95 歲。高斯於 1855 年 2 月 23 日凌晨 1 點在哥廷根去世。他的很多散佈在給朋友的書信或筆記中的發現於 1898 年被發現。

**\* 貢獻**

18 歲的高斯發現了質數分佈定理和最小二乘法。通過對足夠多的測量數據的處理後，可以得到一個新的、機率性質的測量結果。在這些基礎之上，高斯隨後專注於曲面與曲線的計算，並成功得到高斯鐘形曲線(常態分佈曲線)。其函數被命名為標準常態分佈（或高斯分佈），並在機率計算中大量使用。

19 歲時，僅用尺規便構造出了 17 邊形。併為流傳了 2000 年的歐氏幾何提供了自古希臘時代以來的第一次重要補充。

高斯總結了複數的應用，並且嚴格證明了每一個  $n$  階的代數方程必有  $n$  個實數或者複數解。在他的第一本著名的著作《**算術研究**》中，作出了二次互反律的證明，成為數論繼續發展的重要基礎。在這部著作的第一章，導出了三角形全等定理的概念。

高斯在他的建立在最小二乘法基礎上的測量平差理論的幫助下，結算出天體的運行軌跡。並用這種方法，發現了穀神星的運行軌跡。穀神星於 1801 年由義大利天文學家皮亞齊發現，但他因病耽誤了觀測，失去了這顆小行星的軌跡。皮亞齊以希臘神話中「豐收女神」(Ceres)來命名它，即穀神星(Planetoiden Ceres)，並將以前觀測的位置發表出來，希望全球的天文學家一起尋找。高斯通過以前的三次觀測數據，計算出了穀神星的運行軌跡。奧地利天文學家 Heinrich Olbers 在高斯的計算出的軌道上成功發現了這顆小行星。從此高斯名揚天下。高斯將這種方法著述在著作《**天體運動論**》(Theoria Motus Corporum Coelestium in sectionibus conicis solem ambientium)中。

在 1818 年至 1826 年之間高斯主導了漢諾瓦公國的大地測量工作。通過他發明的以最小二乘法為基礎的測量平差的方法和求解線性方程組的方法，顯著的提高了測量的精度。出於對實際應用的興趣，他發明了日光反射儀，可以將光束反射至大約 450 公里外的地方。高斯後來不止一次地為原先的設計作出改進，試製成功被廣泛應用於大地測量的鏡式六分儀。

高斯親自參加野外測量工作。他白天觀測，夜晚計算。五六年間，經他親自計算過的大地測量數據，超過 100 萬次。當高斯領導的三角測量外場觀測已走上正軌後，高斯就把主要精力轉移到處理觀測成果的計算上來，並寫出了近 20 篇對現代大地測量學具有重大意義的論文。在這些論文中，推導了由橢圓面向圓球面投影時的公式，並作出了詳細證明，這套理論在今天仍有應用價值。漢諾瓦公國的大地測量工作直到 1848 年才結束，這項大地測量史上的巨大工程，如果沒有高斯在理論上的仔細推敲，在觀測上力圖合理精確，在數據處理上盡量周密細緻的出色表現，就不能完成。在當時條件下布設這樣大規模的大地控制網，精確地確定 2578 個三角點的大地坐標，可以說是一項了不起的成就。

日光反射儀由於要解決如何用橢圓在球面上的正形投影理論解決大地測量問題，高斯亦在這段時間從事曲面和投影的理論，這成了微分幾何的重要基礎。他獨自提出不能證明歐氏幾何的平行公設具有『物理的』必然性，至少不能用人類理智，也不能給予人類理智以這種證明。但他的非歐幾何的理論並沒有發表，也許是因為對處於同時代的人不能理解對該理論的擔憂。後來相對論證明了宇宙空間實際上是非歐幾何的空間，高斯的思想被近 100 年後的物理學接受了。

當時高斯試圖在漢諾瓦公國的大地測量中通過測量 Harz 的 Brocken——Thuringer Wald 的 Inselsberg——哥廷根的 Hohen Hagen 三個山頭所構成的三角形的內角和，以驗證非歐幾何的正確性，但未成功。高斯的朋友鮑耶的兒子雅諾斯在 1823 年證明了非歐幾何的存在，高斯對他勇於探索的精神表示了讚揚。1840 年，羅巴切夫斯基又用德文寫了《[平行線理論的幾何研究](#)》一文。這篇論文發表後，引起了高斯的注意，他非常重視這一論證，積極建議哥廷根大學聘請羅巴切夫斯基為通信院士。爲了能直接閱讀他的著作，從這一年開始，63 歲的高斯開始學習俄語，並最終掌握了這門外語。最終高斯成爲和微分幾何的始祖（高斯，雅諾斯、羅巴切夫斯基）中最重要的一人。

高斯和韋伯 19 世紀的 30 年代，高斯發明了磁強計，辭去了天文臺的工作，而轉向物理研究。他與韋伯(1804—1891)在電磁學的領域共同工作。他比韋伯年長 27 歲，以亦師亦友的身份進行合作。1833 年，通過受電磁影響的羅盤指針，他向韋伯發送了電報。這不僅僅是從韋伯的實驗室與天文臺之間的第一個電話電報系統，也是世界首創。儘管線路才 8 千米長。1840 年他和韋伯畫出了世界第一張地球磁場圖，而且定出了地球磁南極和磁北極的位置，並於次年得到美國科學家的證實。

高斯研究數個領域，但只將他思想中成熟的理論發表。他經常提醒他的同事，該同事的結論已經被自己很早的證明，只是因爲基礎理論的不完備性而沒有發表。批評者說他這樣是因爲極愛出風頭。實際上高斯已將他的結果都記錄起來。在他死後，有 20 部這樣的筆記被發現，才證明高斯的宣稱是事實。一般認爲，即使這 20 部筆記，也不是高斯全部的筆記。下薩克森州和哥廷根大學圖書館已經將高斯的全部著作數字化並置於網際網路上。

由於高斯的對數學的貢獻很大，所以有不少記念他的物品，最爲人所知的是德國的十馬克紙幣以印有高斯的肖像，此外還有郵票和以他的名字命名的獎項「[高斯獎](#)」([Gauss Prize](#)) 等。高斯的肖像已經被印在從 1989 年至 2001 年流通的 10 德國馬克的紙幣上。



## \* 著作

1799 年：關於代數基本定理的博士論文(Doktorarbeit über den Fundamentalsatz der Algebra )

1801 年：算術研究(Disquisitiones Arithmeticae )

1809 年：天體運動論(Theoria Motus Corporum Coelestium in sectionibus conicis solem ambientium )

1827：曲面的一般研究(Disquisitiones generales circa superficies curvas)

1843/44 年：高等大地測量學理論（上）(Untersuchungen über Gegenstände der Hoheren Geodasie, Teil 1 )

1846/47 年：高等大地測量學理論（下）(Untersuchungen über Gegenstände der Hoheren Geodasie, Teil 2 )