第七章

連續隨機變數及其常用的機率分配

學習目的

1. 熟悉並計算連續機率分配機率函數的期望值與變異數。

學習目的

1. 熟悉並計算連續機率分配機率函數的期望值與變異數。
2. 了解常態分配的意義、特質與重要性。

學習目的

1. 熟悉並計算連續機率分配機率函數的期望值與變異數。
2. 了解常態分配的意義、特質與重要性。
3. 了解標準常態分配的意義、性質與利用標準常態分配求算機率。

學習目的

1. 熟悉並計算連續機率分配機率函數的期望值與變異數。
2. 了解常態分配的意義、特質與重要性。
3. 了解標準常態分配的意義、性質與利用標準常態分配求算機率。
4. 了解均等分配、指數分配的意義及性質並計算其期望值與變異數。

學習目的

1. 熟悉並計算連續機率分配機率函數的期望值與變異數。
2. 了解常態分配的意義、特質與重要性。
3. 了解標準常態分配的意義、性質與利用標準常態分配求算機率。
4. 了解均等分配、指數分配的意義及性質並計算其期望值與變異數。
5. 比較超幾何分配、二項分配、泊松分配與常態分配。

學習目的

1. 熟悉並計算連續機率分配機率函數的期望值與變異數。
2. 了解常態分配的意義、特質與重要性。
3. 了解標準常態分配的意義、性質與利用標準常態分配求算機率。
4. 了解均等分配、指數分配的意義及性質並計算其期望值與變異數。
5. 比較超幾何分配、二項分配、泊松分配與常態分配。
6. 利用Excel求算各個連續機率分配並繪製圖形。

本章結構

- 連續隨機變數及其常用的機率分配
  - 連率隨機變數的機率分配
    - 連率隨機變數的機率密度函數
    - 連率隨機變數的期望值與變異數
  - 常用的間斷機率分配
  - 常態分配
    - 常態分配的意義
    - 常態分配的性質
    - 常態分配的重要性
    - 常態分配的加法定理
  - 標準常態分配
    - 標準常態分配的意義
    - 標準常態分配的性質
    - 利用標準常態分配求常態分配的機率
  - 均等分配
    - 均等分配的意義
    - 均等分配的累加機率
    - 均等分配的期望值與變異數
  - 指數分配
    - 指數分配的意義
    - 指數分配的累加機率
    - 指數分配的期望值與變異數
    - 指數分配的期望值與變異數
  - 二項分配與常態分配
    - 超幾何分配、二項分配、泊松分配及常態分配間的關係
  - Excel的使用

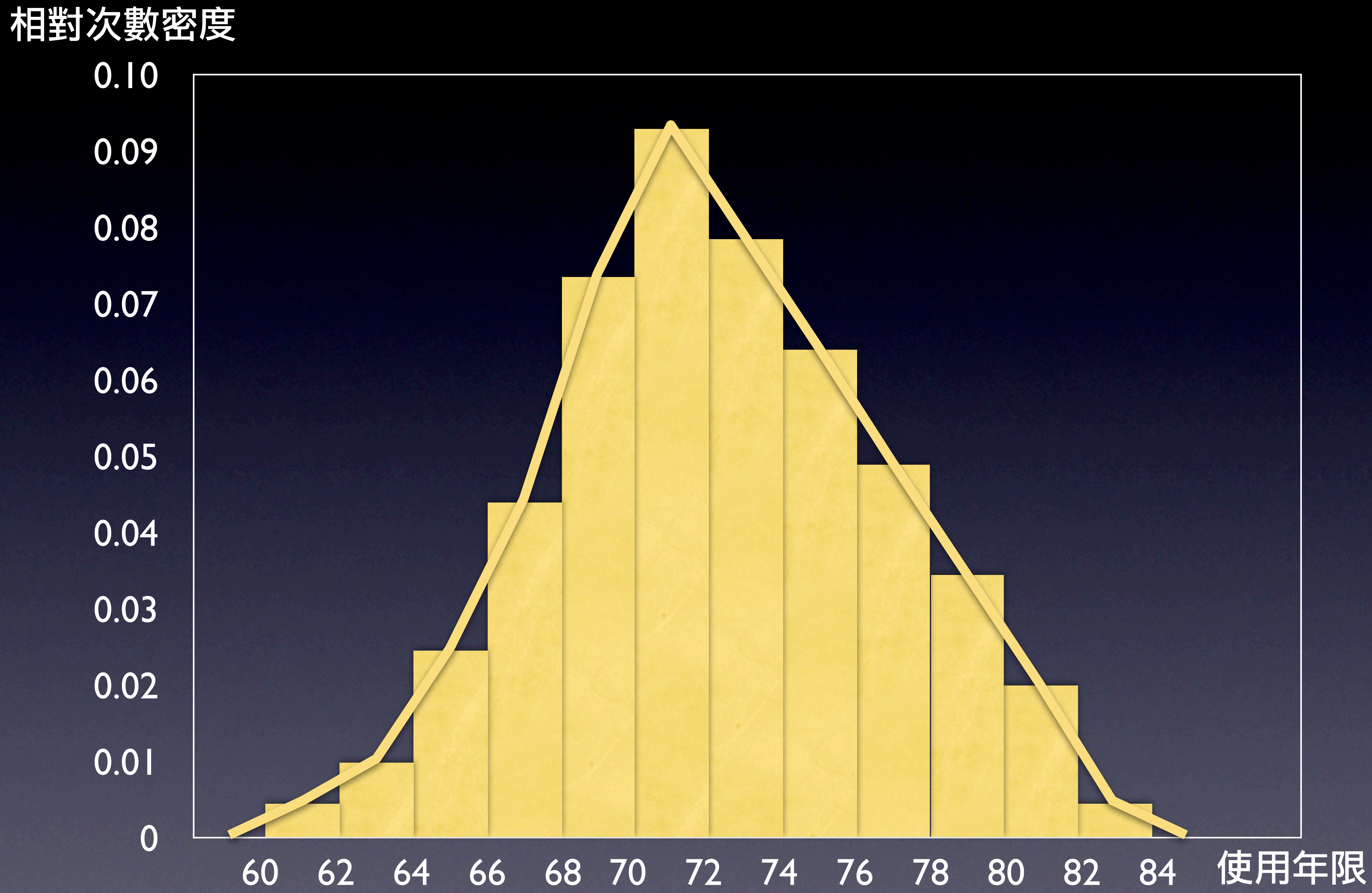
計算機使用壽命的機率分配

使用壽命	單位組距	次數	相對次數
60~62	1	48	0.009
62~64	1	108	0.020
64~66	1	270	0.049
66~68	1	486	0.088
68~70	1	810	0.147
70~72	1	1,026	0.186
72~74	1	864	0.157
74~76	1	702	0.128
76~78	1	540	0.098
78~80	1	378	0.069
80~82	1	216	0.040
82~84	1	52	0.009
		$\sum f = 5{,}500$	*1*

計算機使用壽命的機率分配

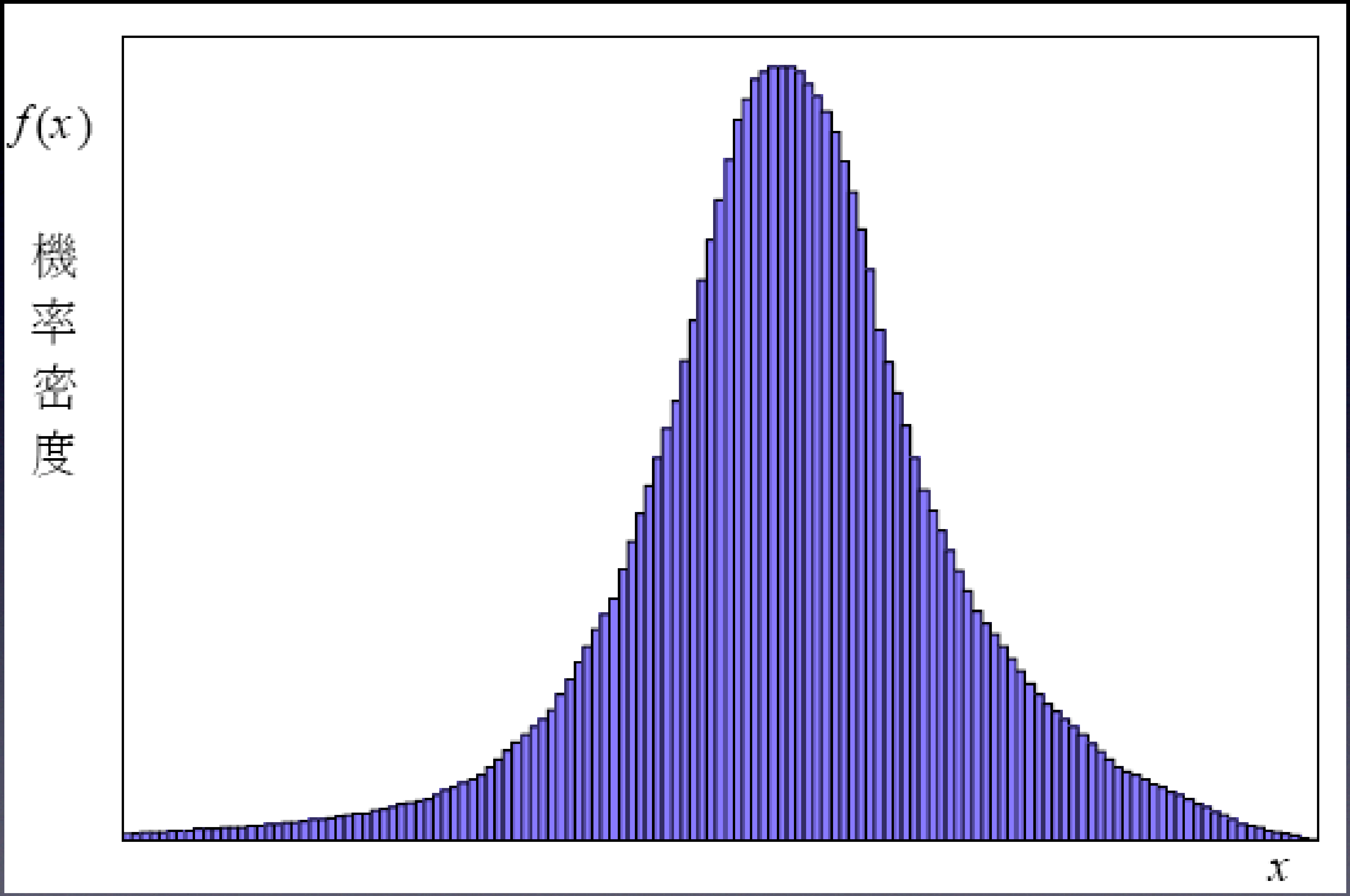
使用壽命（1）	組距（2）	相對次數密度（3）	相對次數（4）=（2）×（3）
60~62	2	0.0045	0.009
62~64	2	0.0100	0.020
64~66	2	0.0245	0.049
66~68	2	0.0440	0.088
68~70	2	0.0735	0.147
70~72	2	0.0930	0.186
72~74	2	0.0785	0.157
74~76	2	0.0640	0.128
76~78	2	0.0490	0.098
78~80	2	0.0345	0.069
80~82	2	0.0200	0.040
82~84	2	0.0045	0.009
			1

相對次數密度多邊圖



相對次數密度
0.10
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
60
62
64
66
68
70
72
74
76
78
80
82
84
使用年限

機率曲線



連續隨機變數的機率分配

- **機率密度函數**

  設 X 為連續隨機變數，其值為 $a \leq X \leq b$，若 $f(x)$ 為 X 的機率密度函數 (probability density function)，簡稱 pdf，則 $f(x)$ 滿足

  ① $f(x) \geq 0$ ② $\int_a^b f(x)dx = 1$

連續隨機變數的機率分配

- **機率密度函數**

  設 X 為連續隨機變數，其值為 $a \le X \le b$，若 $f(x)$ 為 X 的機率密度函數 (probability density function)，簡稱 *pdf*，則 $f(x)$ 滿足

  ① $f(x) \geq 0$　　② $\int_a^b f(x)dx = 1$

- **累加機率函數**

$$F(X = x) = P(X \leq x) = \int_a^x f(x)dx$$

連續隨機變數的機率分配

- 期望值

$$E(X) = \int_a^b xf(x)dx = \mu \qquad (a \leq X \leq b)$$

連續隨機變數的機率分配

- 期望值

$$E(X) = \int_a^b xf(x)dx = \mu \qquad (a \le X \le b)$$

- 變異數

$$V(X) = \sigma_X^2 = \int_a^b (x-\mu)^2 \cdot f(x)dx$$

連續隨機變數的機率分配

- 期望值

$$E(X) = \int_a^b x f(x)dx = \mu \qquad (a \le X \le b)$$

- 變異數

$$V(X) = \sigma_X^2 = \int_a^b (x-\mu)^2 \cdot f(x)dx$$

- 標準差

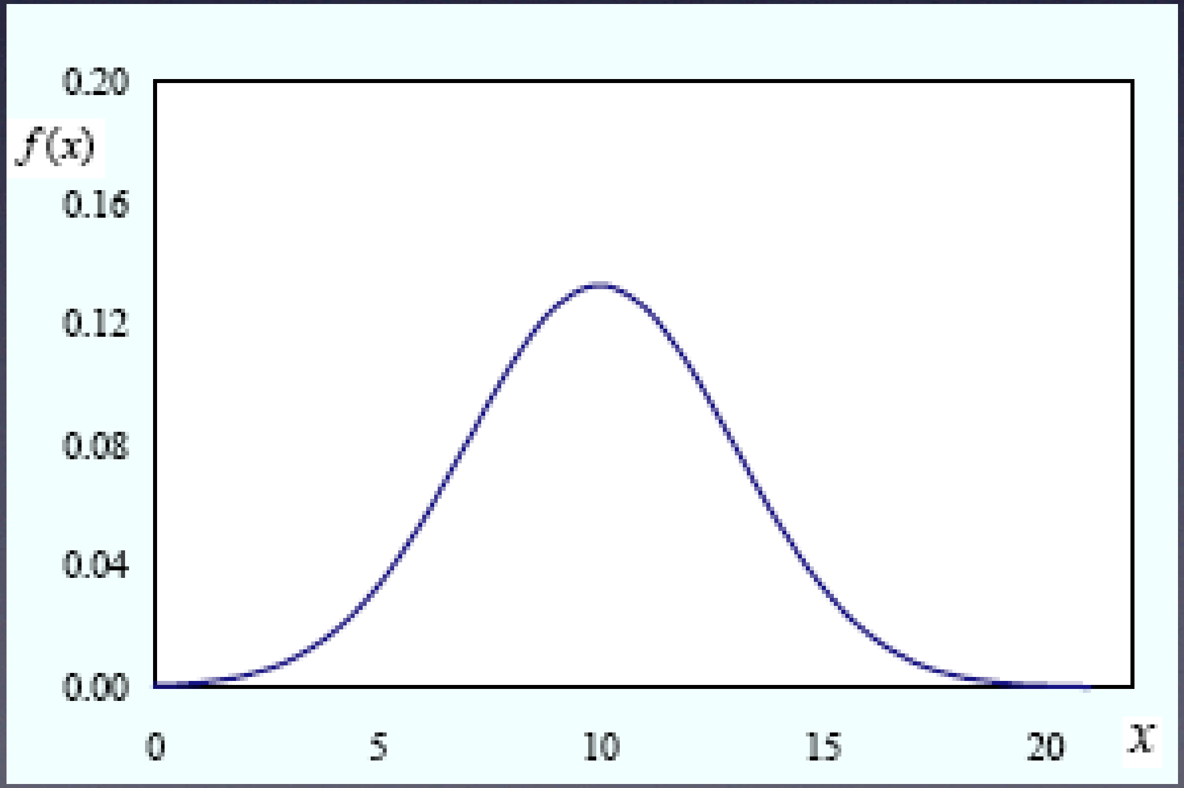
$$\sigma = \sqrt{V(X)}$$

常態分配

- **常態分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為常態分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad -\infty < x < \infty$$



常態分配

- **常態分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為常態分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad -\infty < x < \infty$$

期望值 $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \mu$

常態分配

- **常態分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為常態分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad -\infty < x < \infty$$

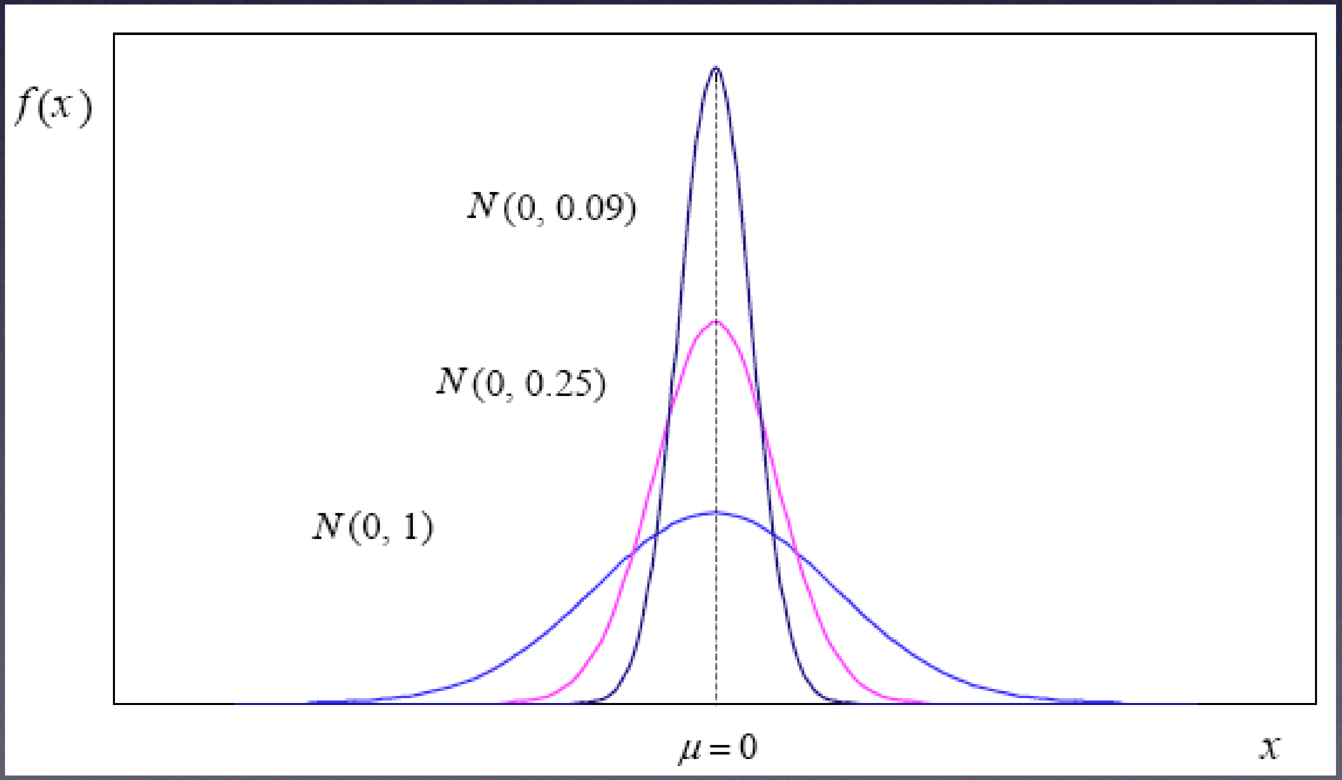
變異數 $V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \sigma^2$

常態分配

- **常態分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為常態分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad -\infty < x < \infty$$



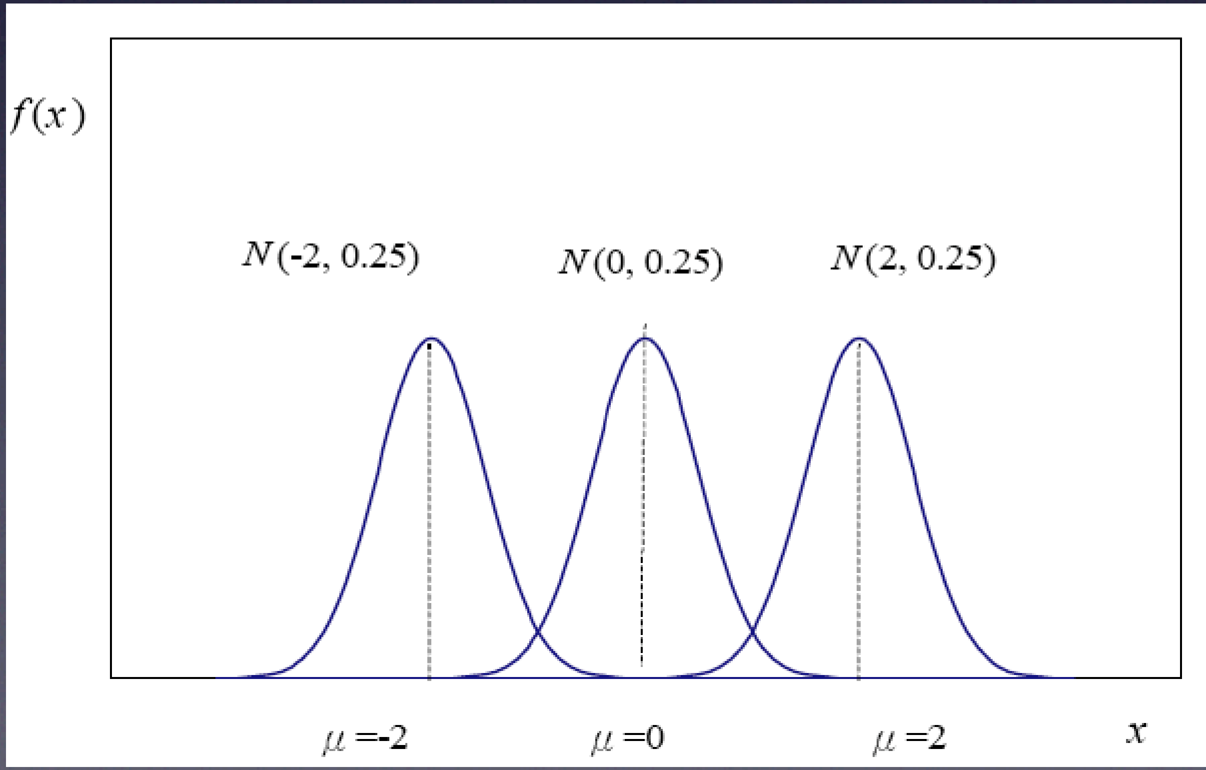
平均數相同，標準差不同

常態分配

- **常態分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為常態分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad -\infty < x < \infty$$



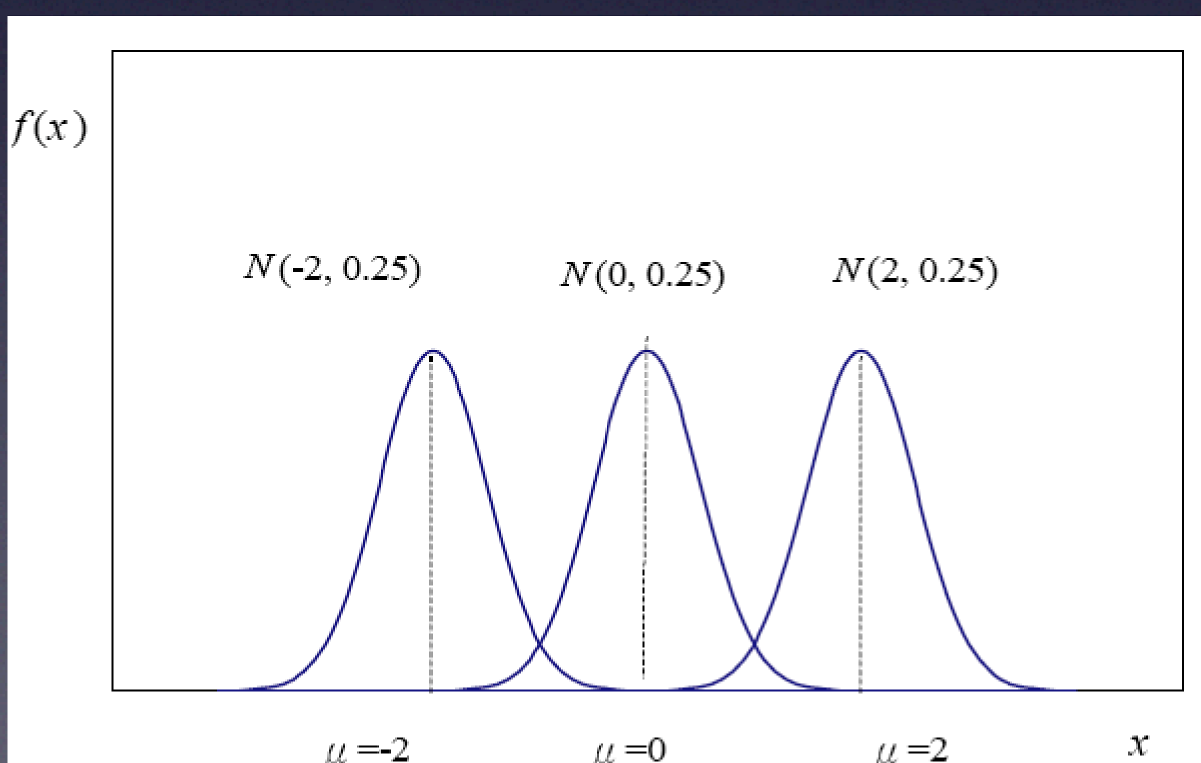
平均數不同，標準差相同

常態分配

- **常態分配的定義**

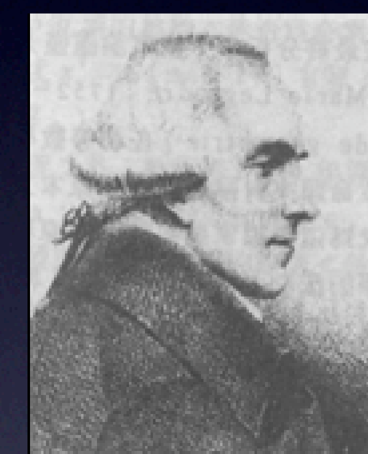
  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為常態分配，則 密
  度函數為：

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\qquad -\infty<x<\infty$$



平均數不同，標準

A. De Moivre



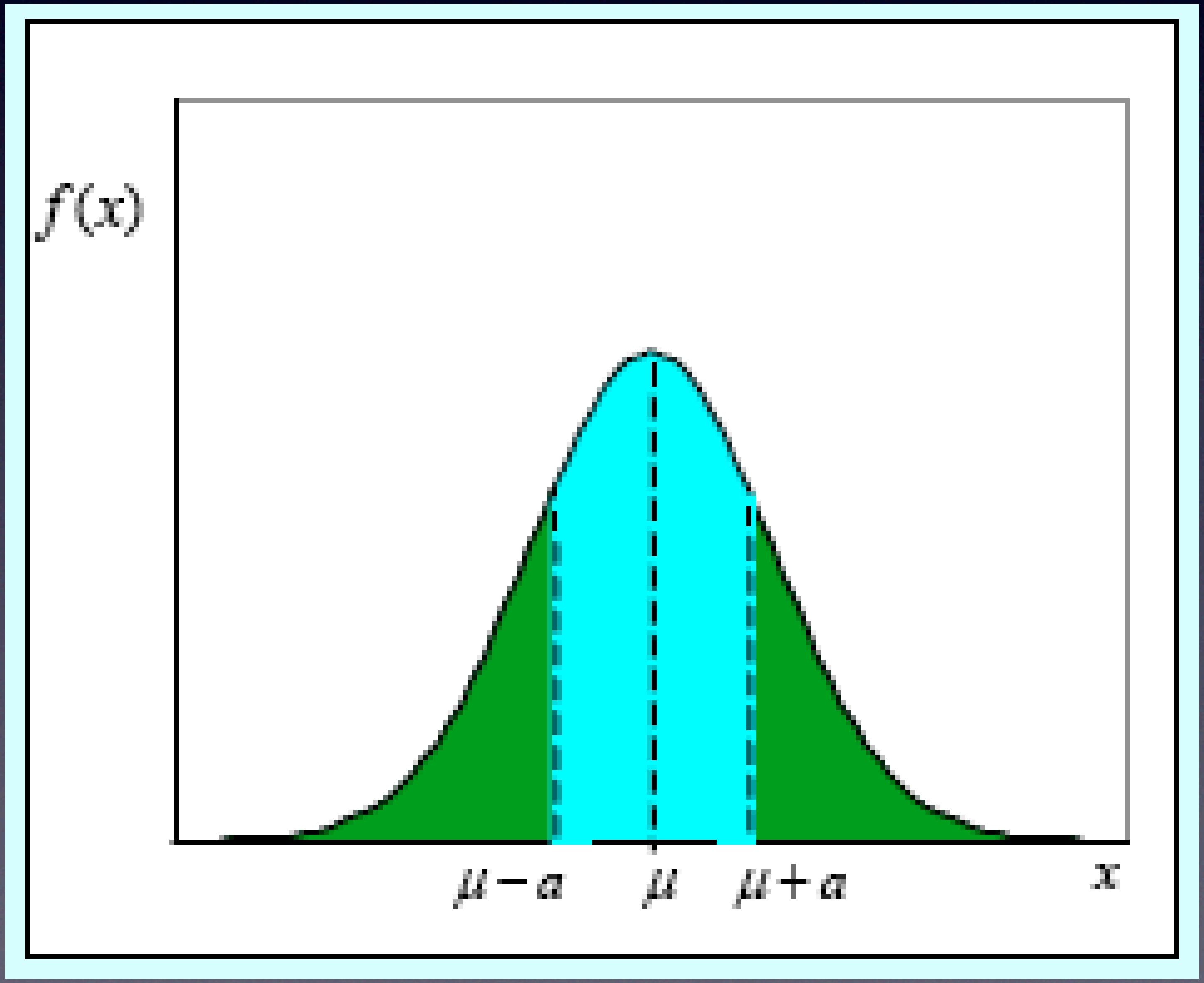
P. S. Laplace

C. F. Gauss

常態分配

- 常態分配的特質

1. 常態分配 $f(x)$ 為以 μ 為中心的對稱分配。



常態分配

- 常態分配的特質

1. 常態分配 $f(x)$ 為以 μ 為中心的對稱分配。
2. 常態分配曲線下面積總和等於 1。

常態分配

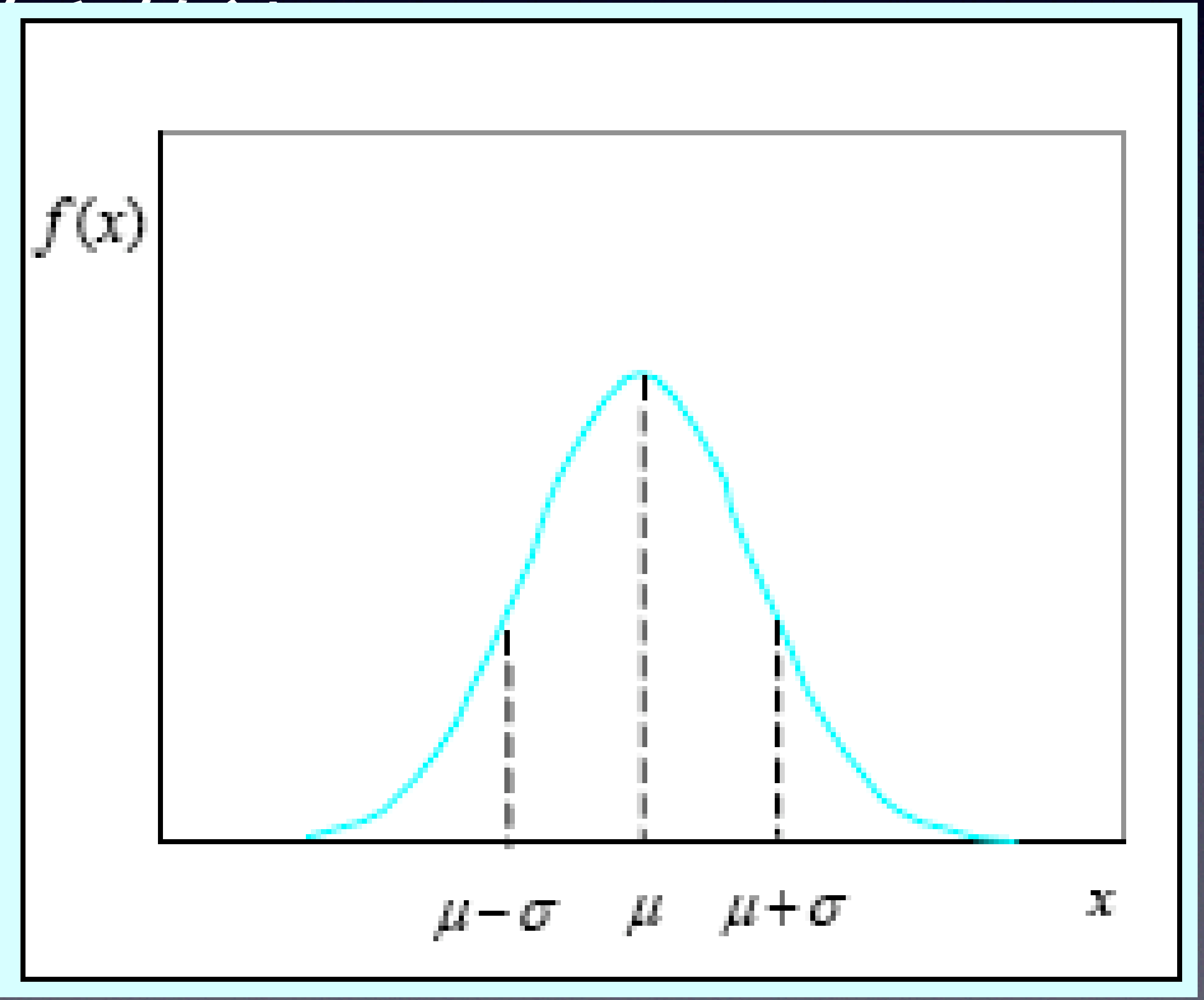
- 常態分配的特質

1. 常態分配 $f(x)$ 為以 μ 為中心的對稱分配。
2. 常態分配曲線下面積總和等於 1。
3. 常態分配 $f(x)$ 在 $X = \mu \pm \sigma$ 時有一轉折點。

常態分配

- 常態分配的特質

1. 常態分配 $f(x)$ 為以 μ 為中心的對稱分配。
2. 常態分配曲線下面積
3. 常態分配 $f(x)$ 在 $X=\mu$



常態分配

- 常態分配的特質

1. 常態分配 $f(x)$ 為以 μ 為中心的對稱分配。
2. 常態分配曲線下面積總和等於 1。
3. 常態分配 $f(x)$ 在 $X=\mu\pm\sigma$ 時有一轉折點。
4. 常態分配曲線的兩尾無限延伸。

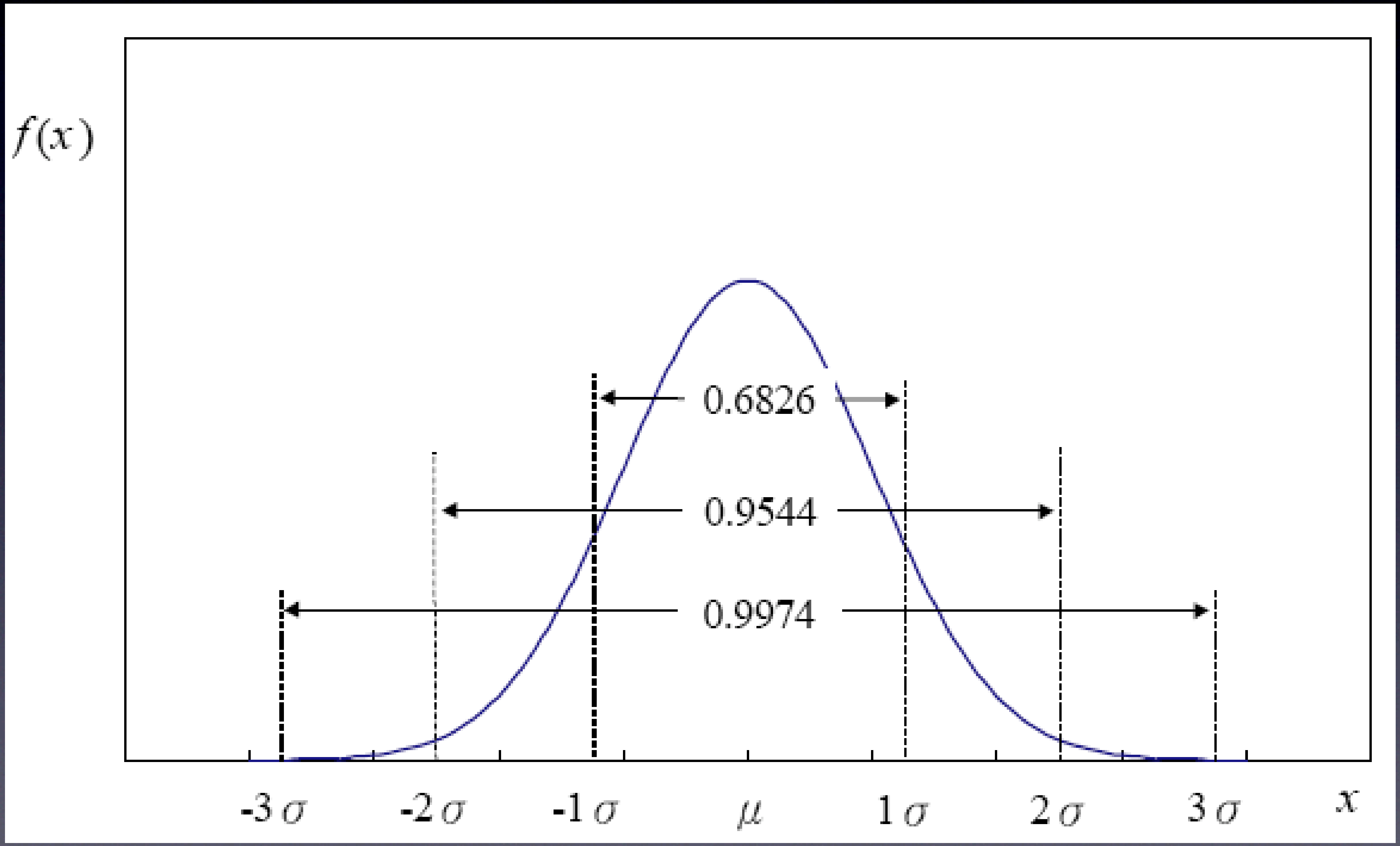
常態分配

- 常態分配的特質

1. 常態分配 $f(x)$ 為以 μ 為中心的對稱分配。
2. 常態分配曲線下面積總和等於 1。
3. 常態分配 $f(x)$ 在 $X=\mu\pm\sigma$ 時有一轉折點。
4. 常態分配曲線的兩尾無限延伸。
5. 常態分配的偏態係數等於 0 ，峰度係數等於 3，為一常態峰。

常態分配

常態分配的機率範圍



常態分配

- 常態分配的加法定理

1. 定理 1

   設 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，若 $W = a + bX$ 則

   $W \sim N(a + b\mu, b^2\sigma^2)$

常態分配

- 常態分配的加法定理

1. 定理 1

   設 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，若 $W = a + bX$ 則

   $W \sim N(a + b\mu, b^2\sigma^2)$

2. 定理 2

   設 $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$，$Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ 且 X、Y 獨立

   若 $W = a + bX$ 則

   $W \sim N(a\mu_X + b\mu_Y, a^2\sigma_X^2 + b^2\sigma_Y^2)$

標準常態分配

- **標準常態分配的意義**

  根據常態分配加法定理 1，將 $Z = (X - \mu) / \sigma$，$E(Z) = 0$，$V(Z) = 1$ 代入常態分配的機率函數，可得標準常態分配的機率密度函數

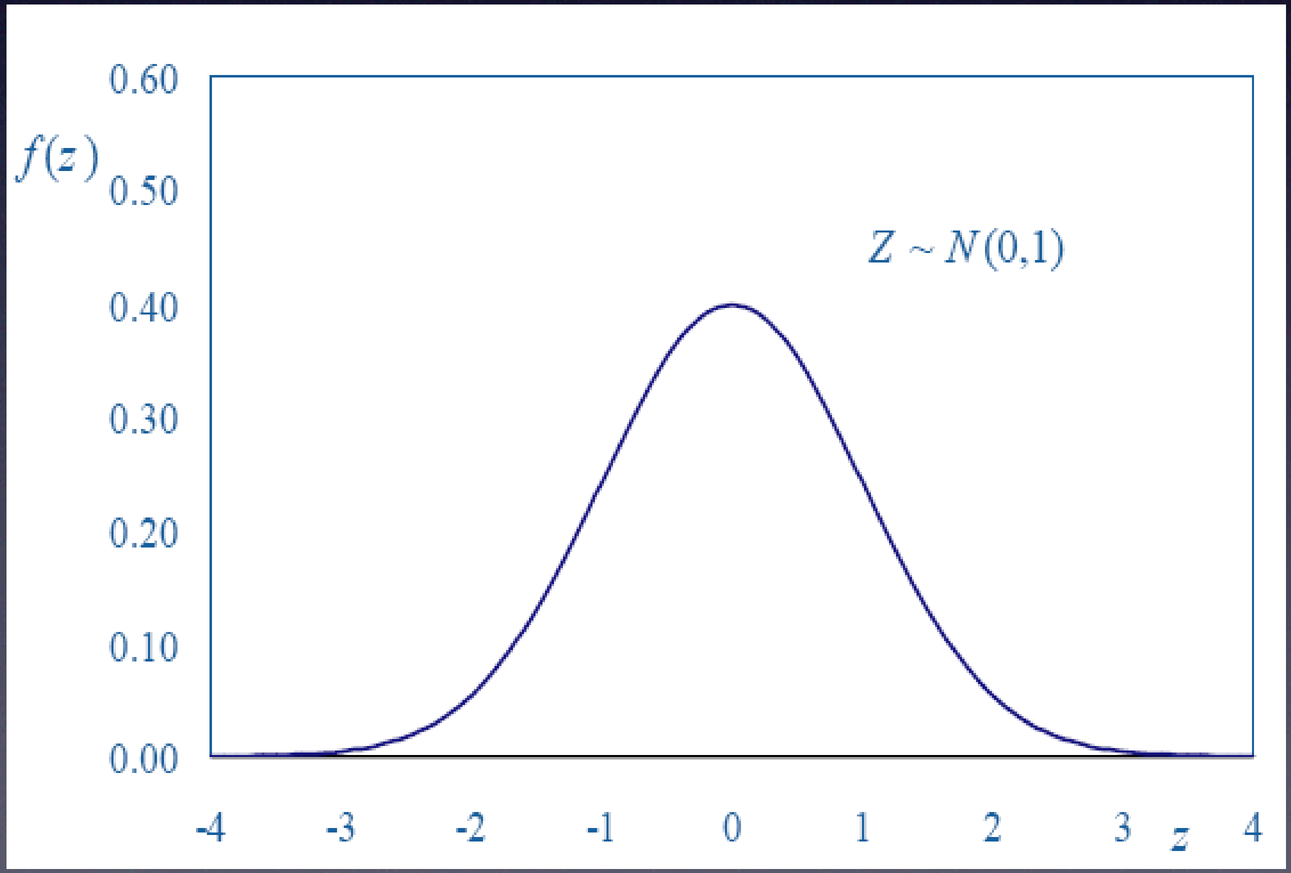
$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{Z^2}{2}}$$

標準常態分配

- **標準常態分配的意義**

  根據常態分配加法定理 1，將 $Z = (X - \mu) / \sigma$，$E(Z) = 0$，$V(Z) = 1$ 代入常態分配的機率函數，可得標準常態分配的機率密度函數

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{Z^2}{2}}$$



標準常態分配

- 標準常態分配的性質
  1. 標準常態分配具有常態分配的特質，唯其平均數等於 0，變異數與標準差等於 1，是常態分配的特殊例子。

標準常態分配

- 標準常態分配的性質

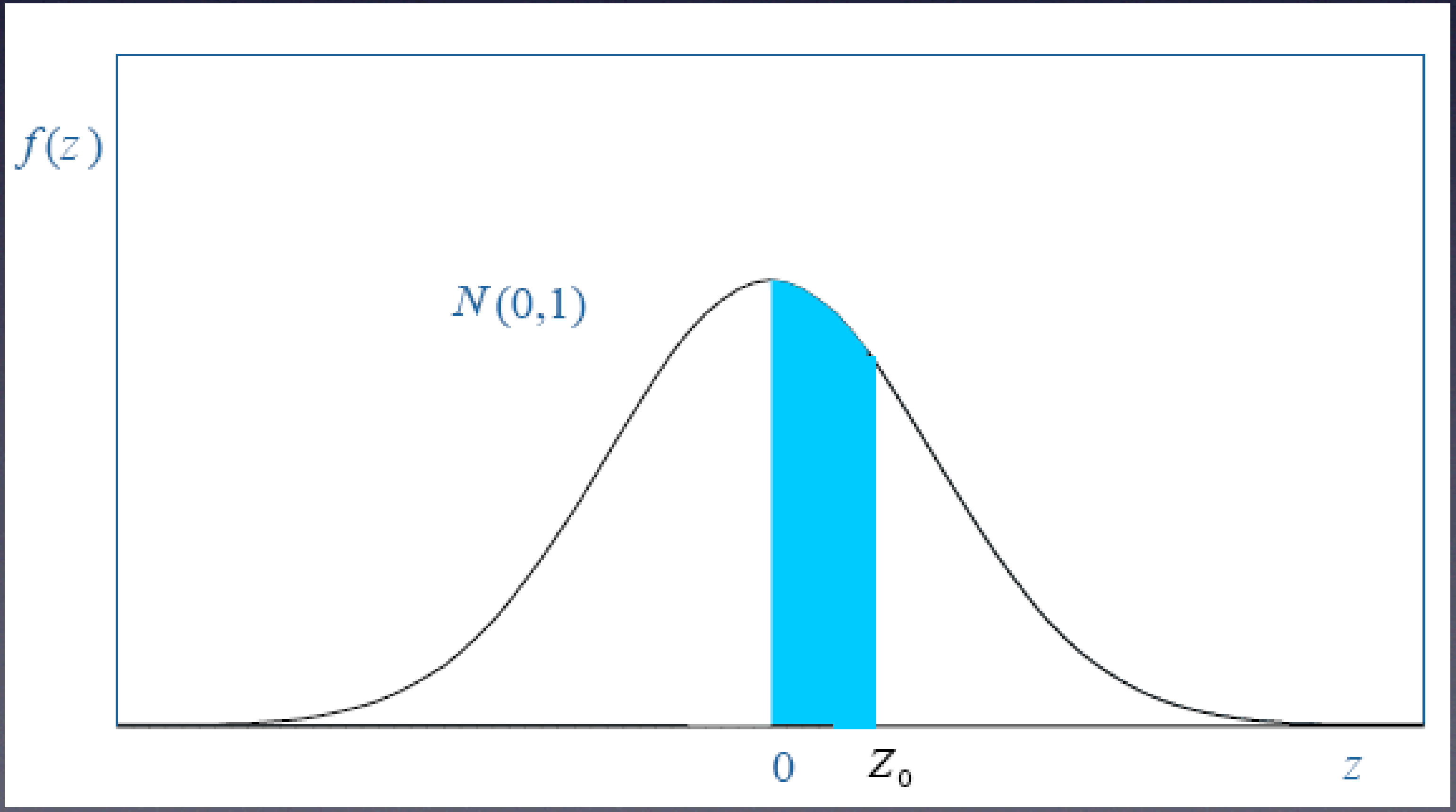
1. 標準常態分配具有常態分配的特質，唯其平均數等於 0，變異數與標準差等於 1，是常態分配的特殊例子。
2. 標準常態分配的任何值域可查標準常態機率值表而獲得。

標準常態分配

- 標準常態分配的性質

1. 標準常態分配具有常態分配的特質，唯其平均數等於 0，變異數與標準差等於 1，是常態分配的特殊例子。

2. 標準常態分配的任何值域可查標準常態機率值表而獲得。

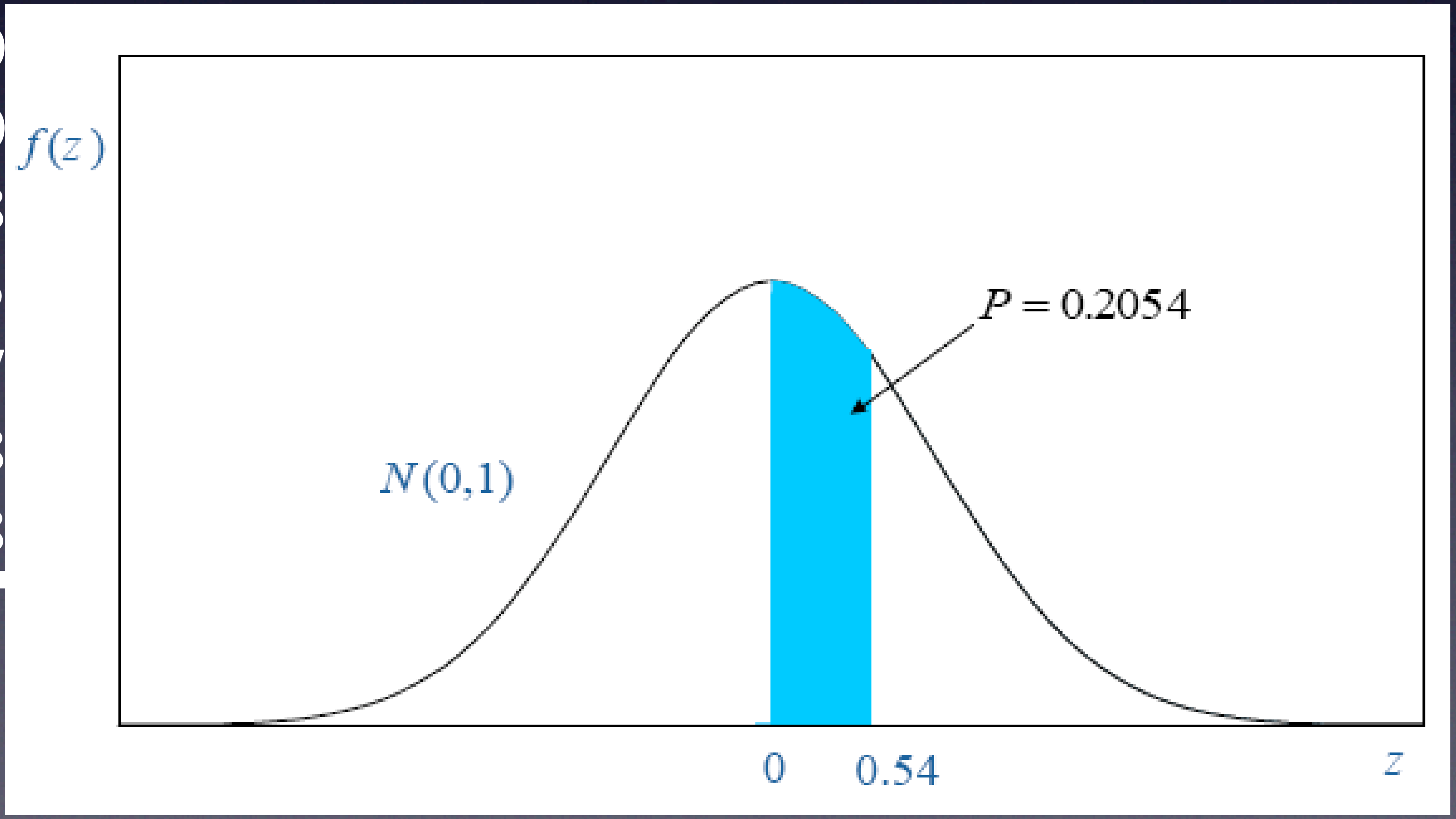


標準常態機率分配表

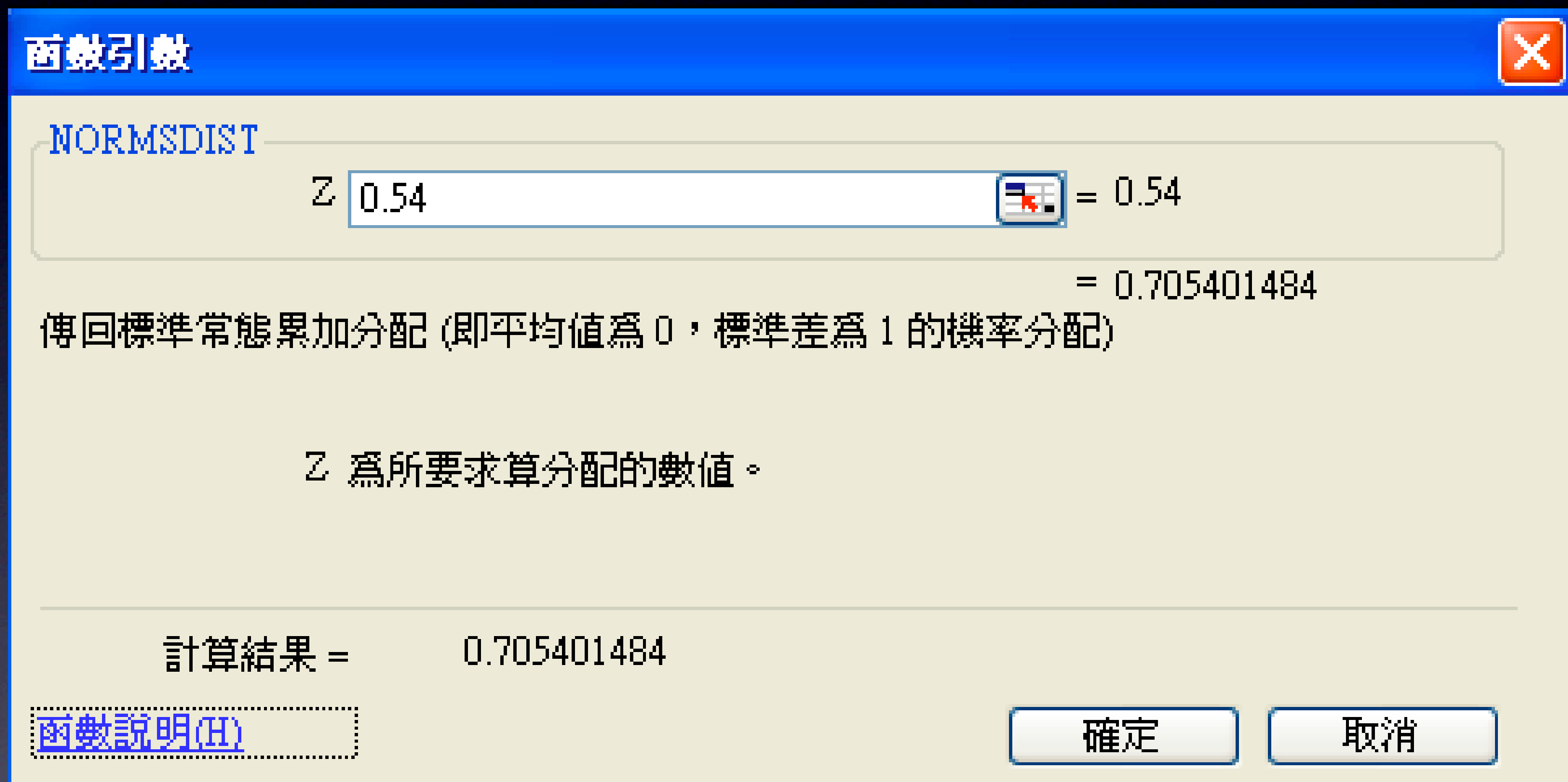
Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
					Z 的第二位小數					
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.195	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.219	0.2224
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633

標準常態機率分配表

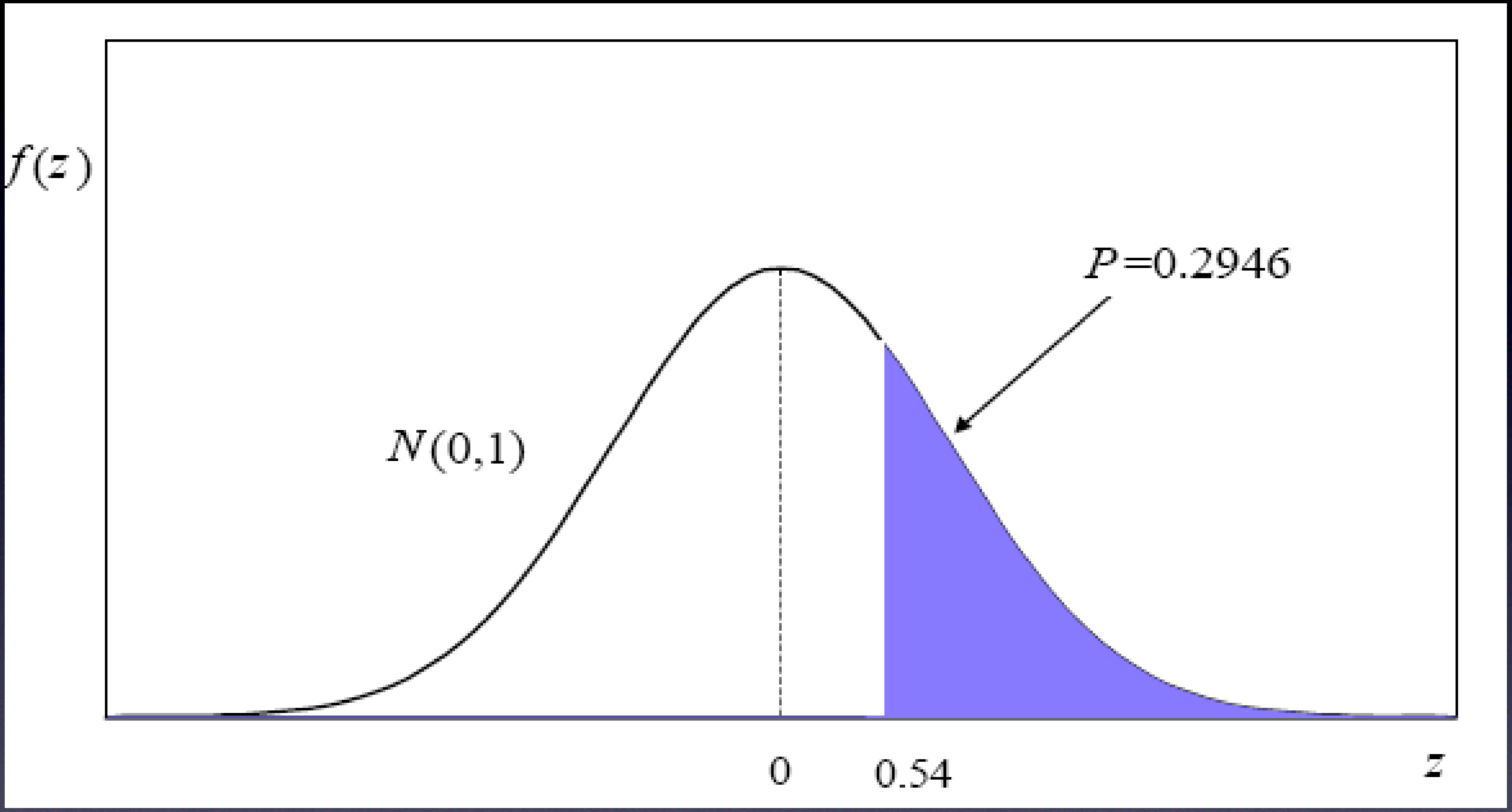
	Z 的第二位小數									
Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.195	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.219	0.2224
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.370						
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.390						
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.408						
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.423						
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.437						
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.448						
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.458						



以 Excel 計算標準常態分配的機率值 (NORMSDIST)

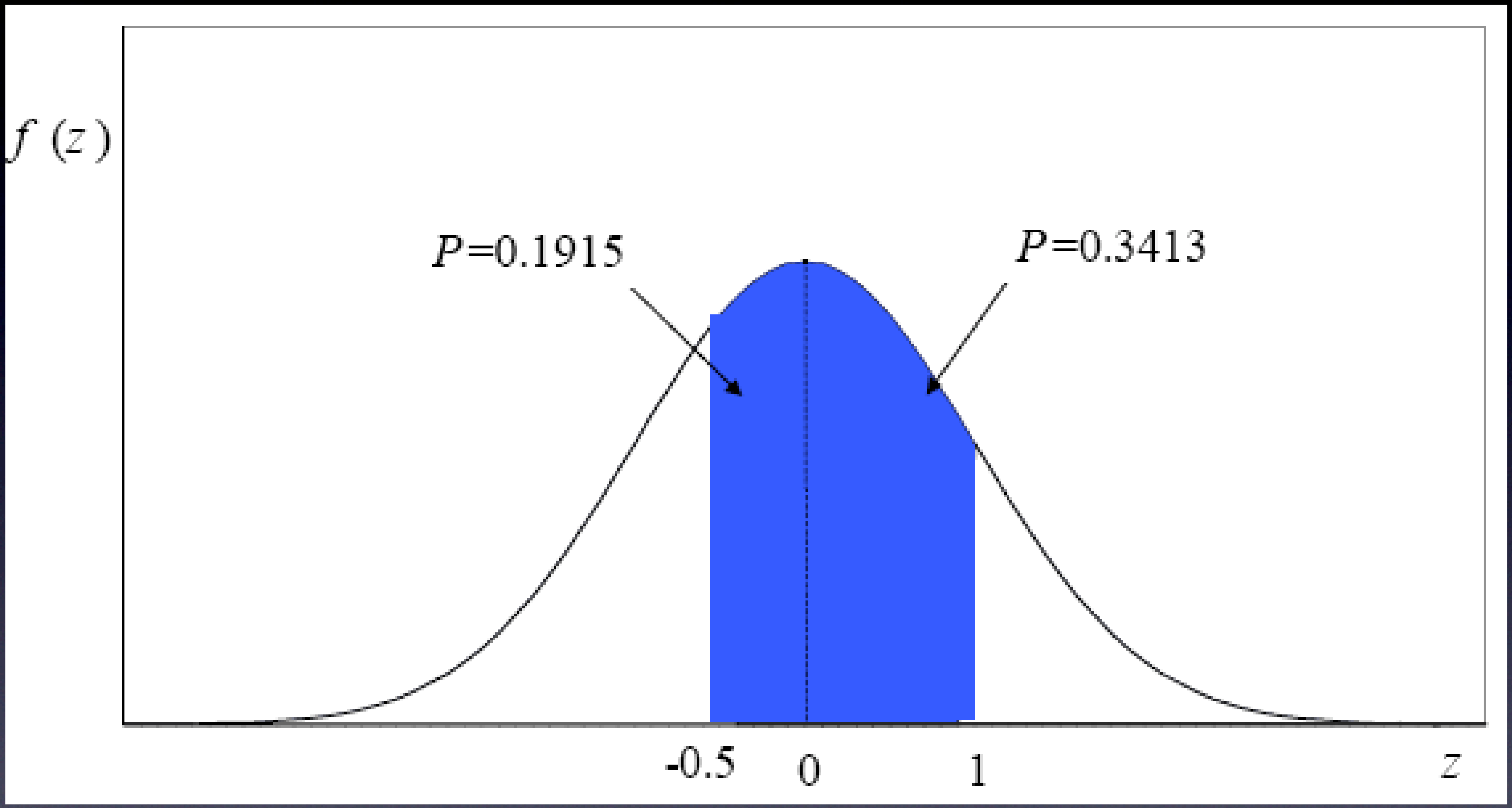


$Z > 0.54$ 的標準常態機率值



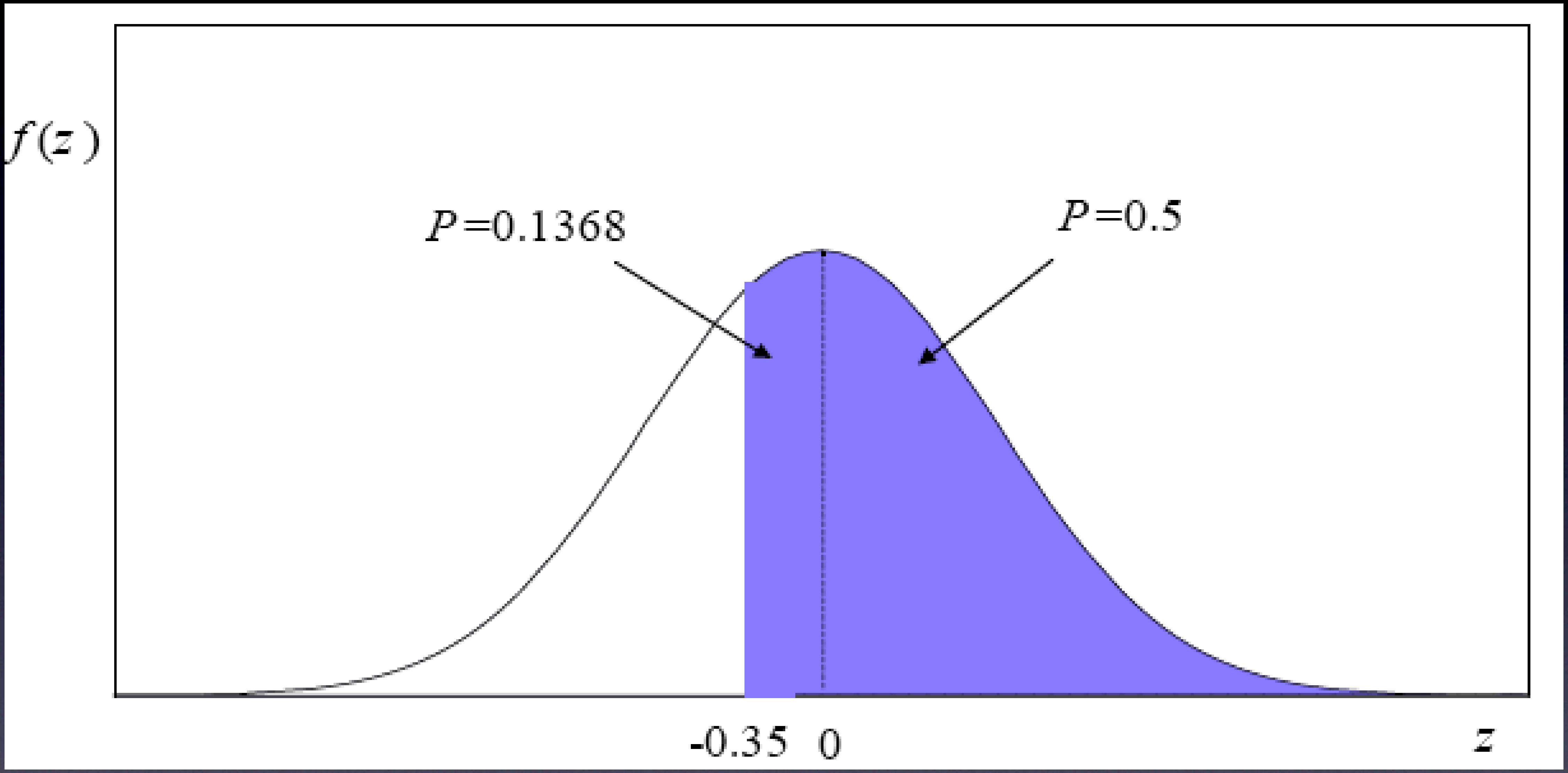
$$P(Z > 0.54) = P(Z > 0) - P(0 < z < 0.54)$$

$-0.5 < Z < 0.54$ 的標準常態機率值



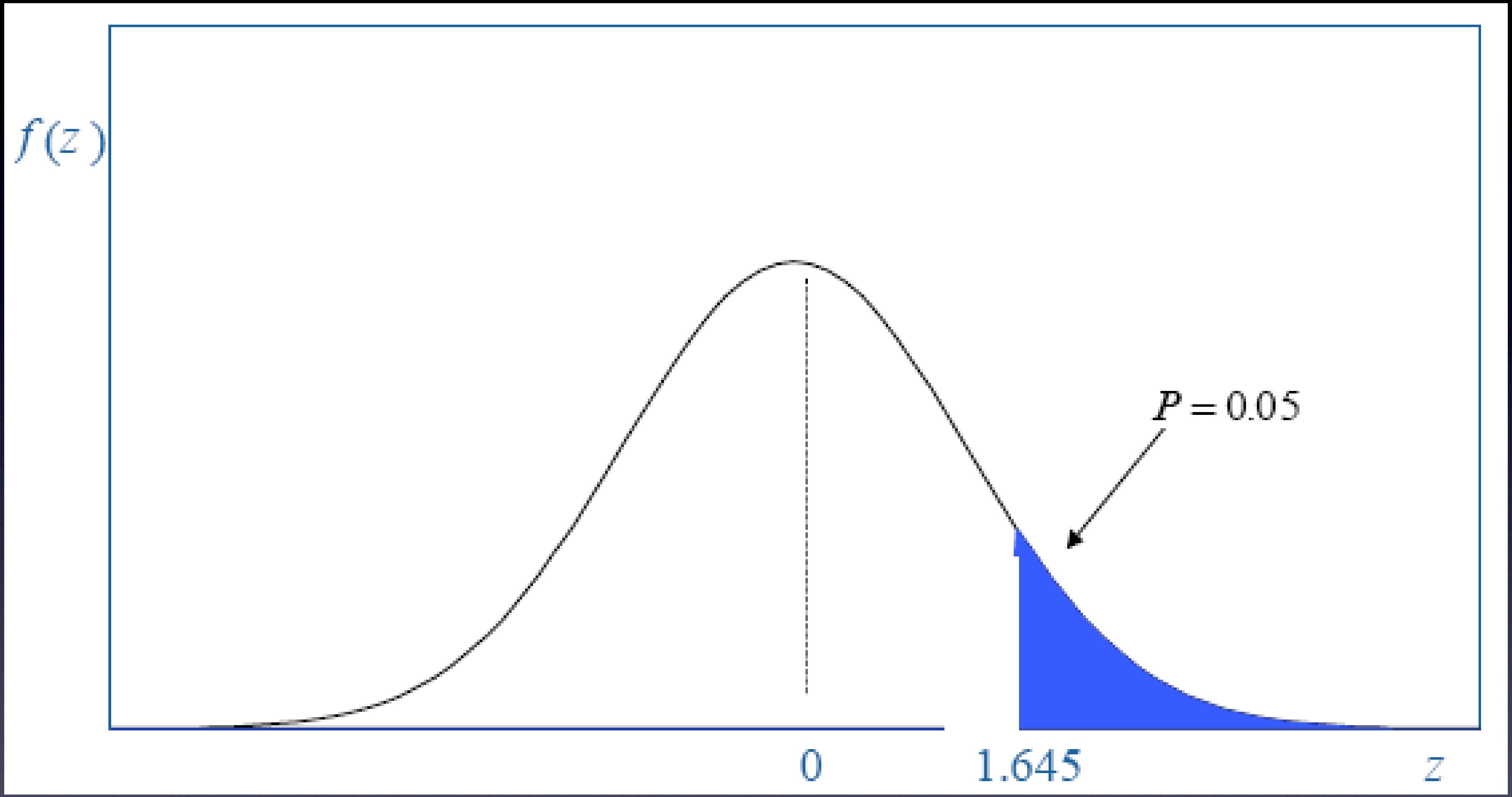
$$P(-0.5 < Z < 1) = P(-0.5 < Z < 0) + P(0 < z < 1)$$

$Z > -0.35$ 的標準常態機率值

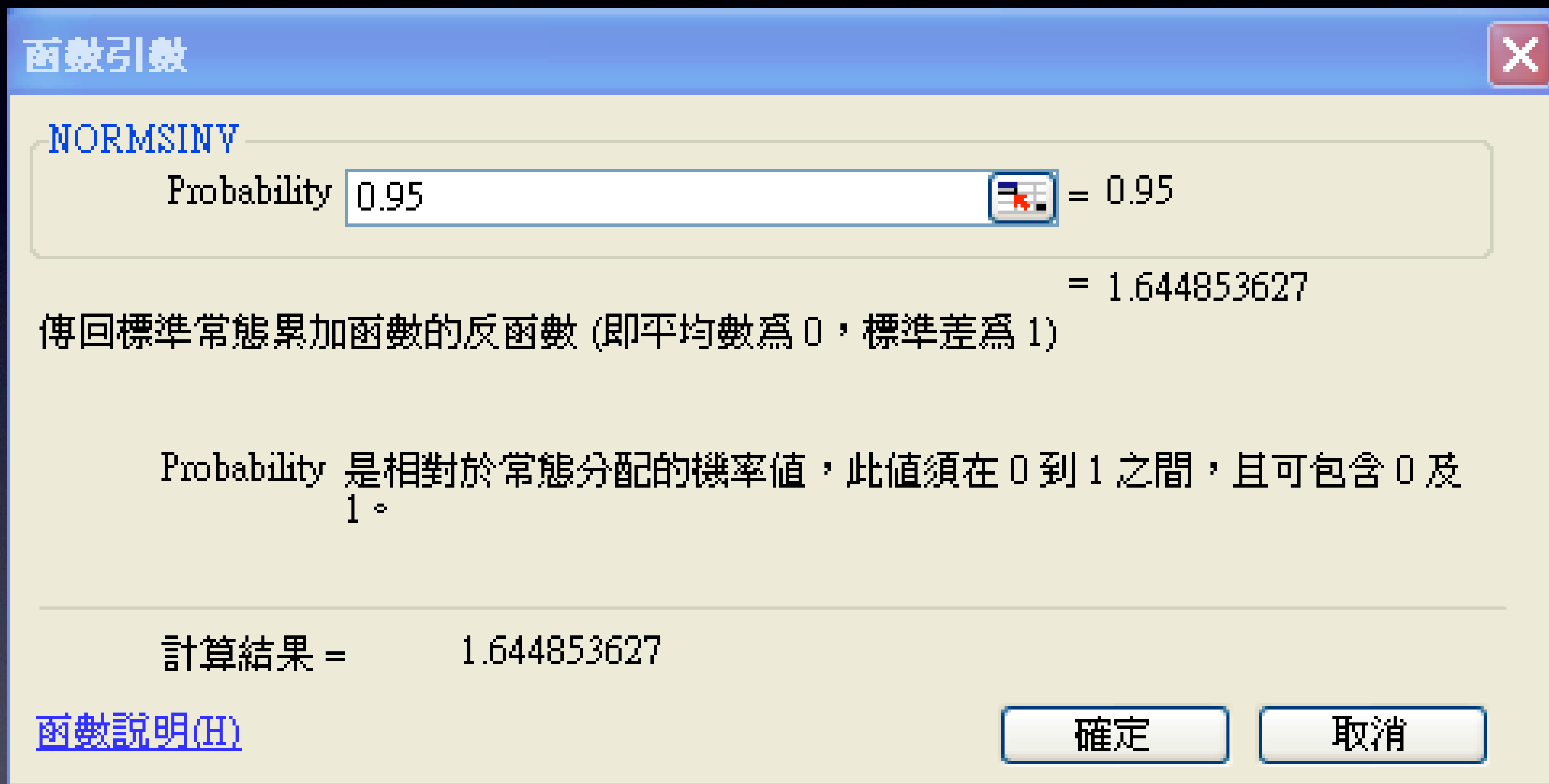


$$P(Z > -0.35) = P(-0.35 < z < 0) + P(Z > 0)$$

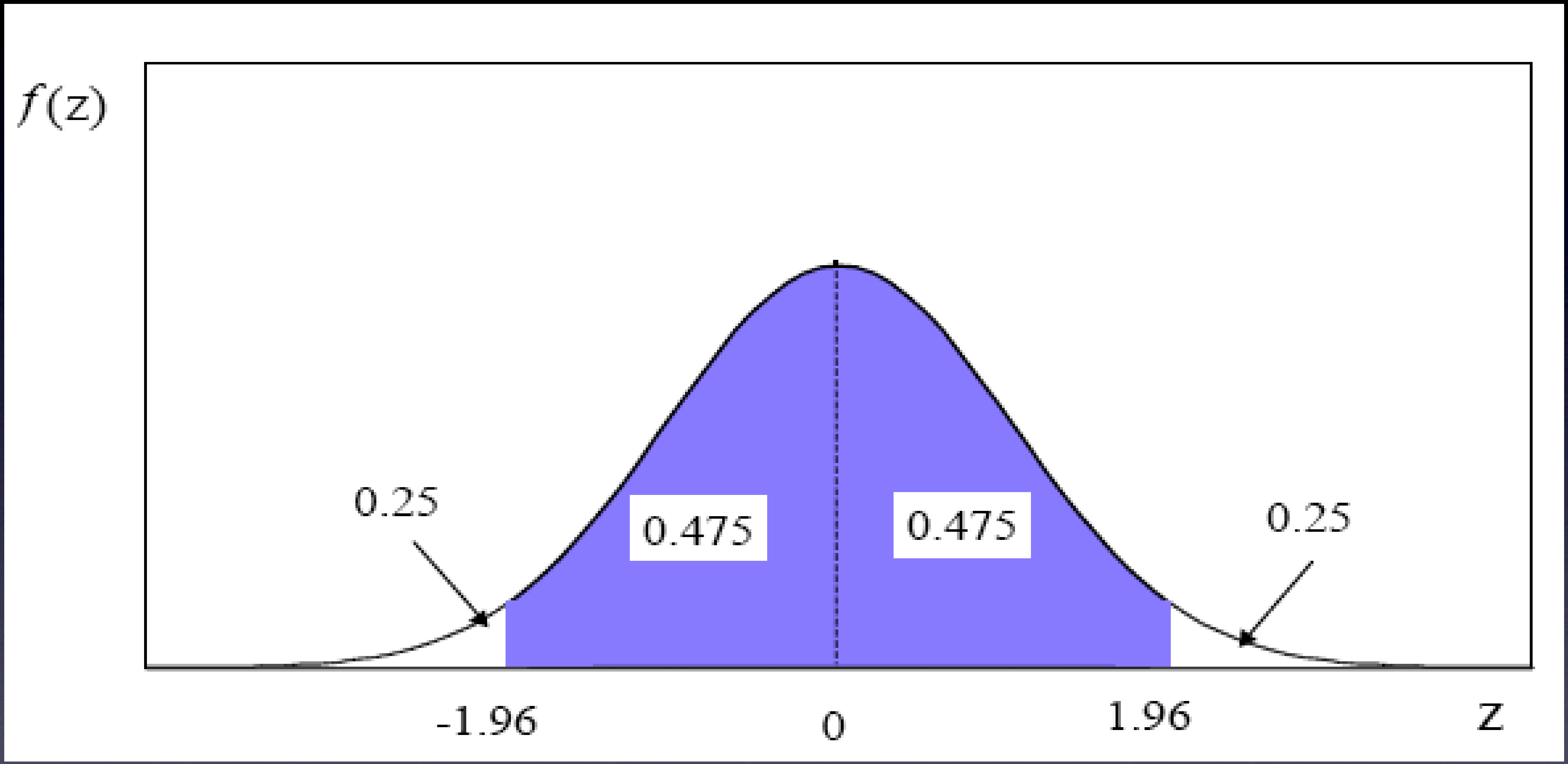
$Z > z$ 的標準常態機率值



以 Excel 計算標準常態 Z 值 (NORMSINV)



$-z < Z < z$ 的標準常態機率值



標準常態分配

- 利用常態分配求常態分配機率

1. 將隨機變數 X 化為標準隨機變數 Z。同時將 a 值與 b 值標準化：

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}, a' = \frac{a-\mu}{\sigma}, b' = \frac{b-\mu}{\sigma}$$

標準常態分配

- 利用常態分配求常態分配機率

1. 將隨機變數 X 化為標準隨機變數 Z。同時將 a 值與 b 值標準化：

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}, a' = \frac{a-\mu}{\sigma}, b' = \frac{b-\mu}{\sigma}$$

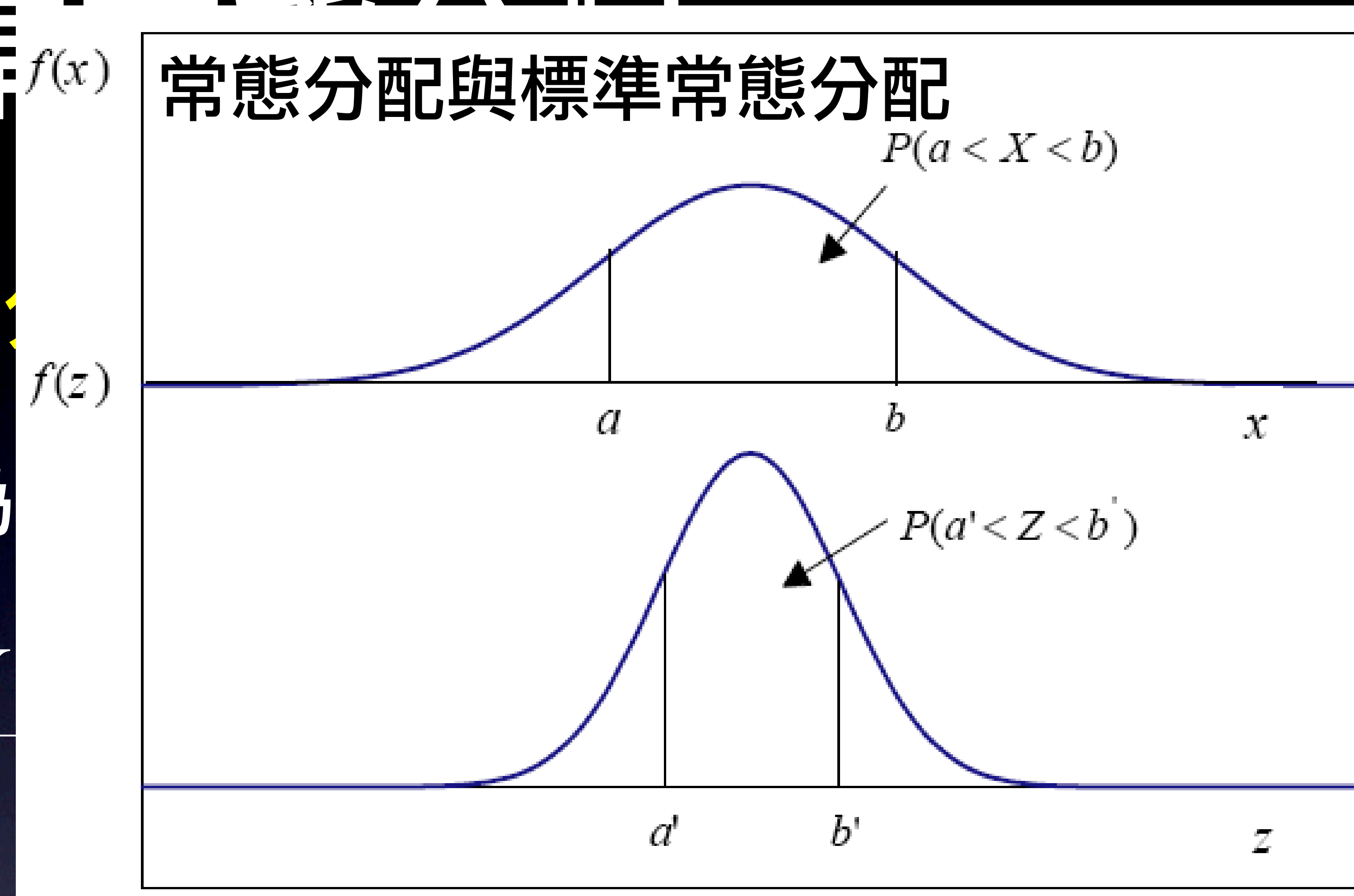
2. 其次，將 Z，a'，b' 代入 $P(a < X < b)$，即

$$P(a < X < b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

標準

- 利用常態分配求常態

1. 將隨機變數 X 化為 值
   標準化：
   $$Z = \frac{X}{}$$



2. 其次，將 Z，a'，b'代入 $P(a<X<b)$，即
$$P(a<X<b)=P\left(\frac{a-\mu}{\sigma}<\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

標準常態分配

- 利用常態分配求常態分配機率

1. 將隨機變數 X 化為標準隨機變數 Z。同時將 a 值與 b 值標準化：

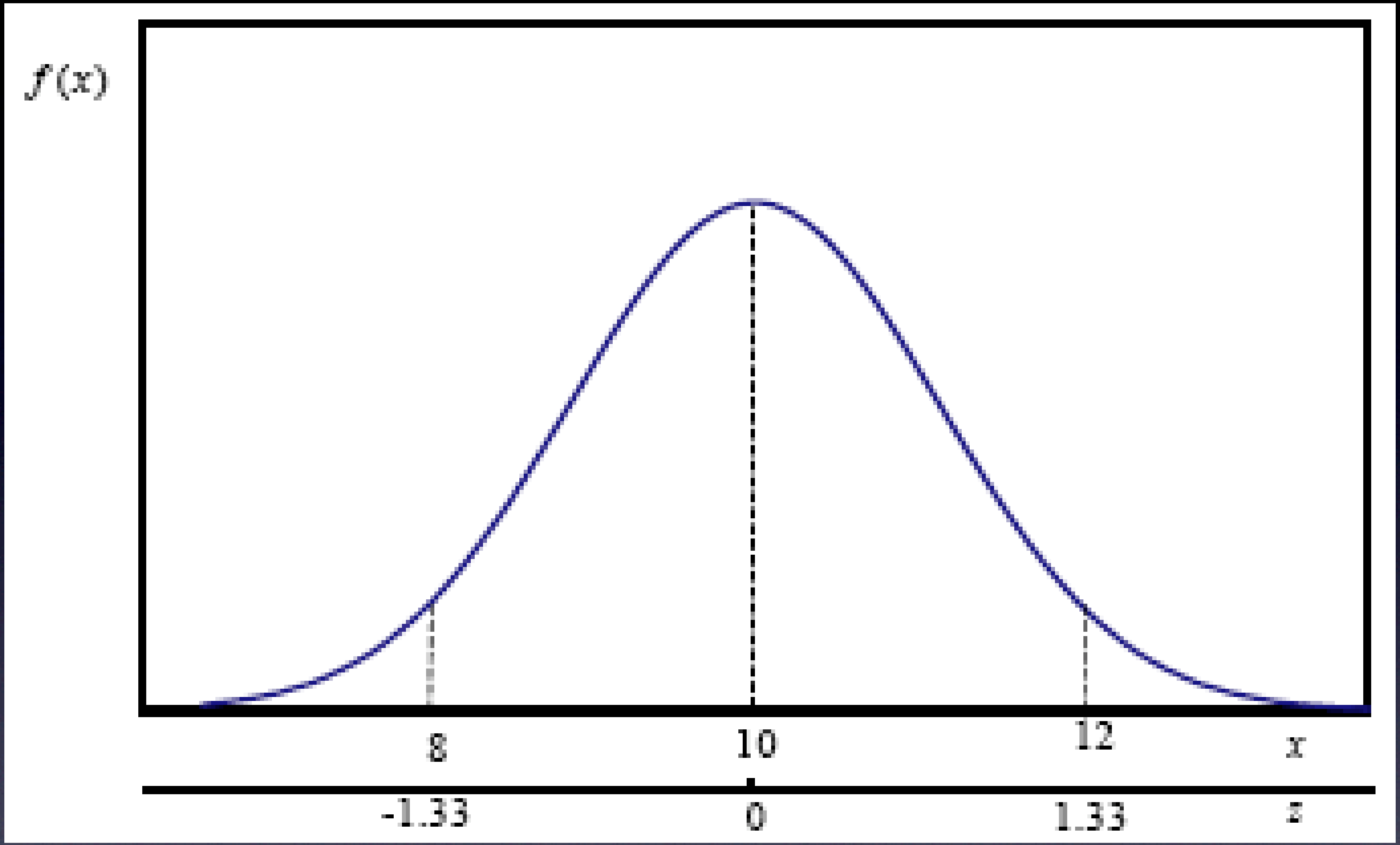
$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}, a' = \frac{a-\mu}{\sigma}, b' = \frac{b-\mu}{\sigma}$$

2. 其次，將 Z，a'，b' 代入 $P(a < X < b)$，即

$$P(a < X < b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

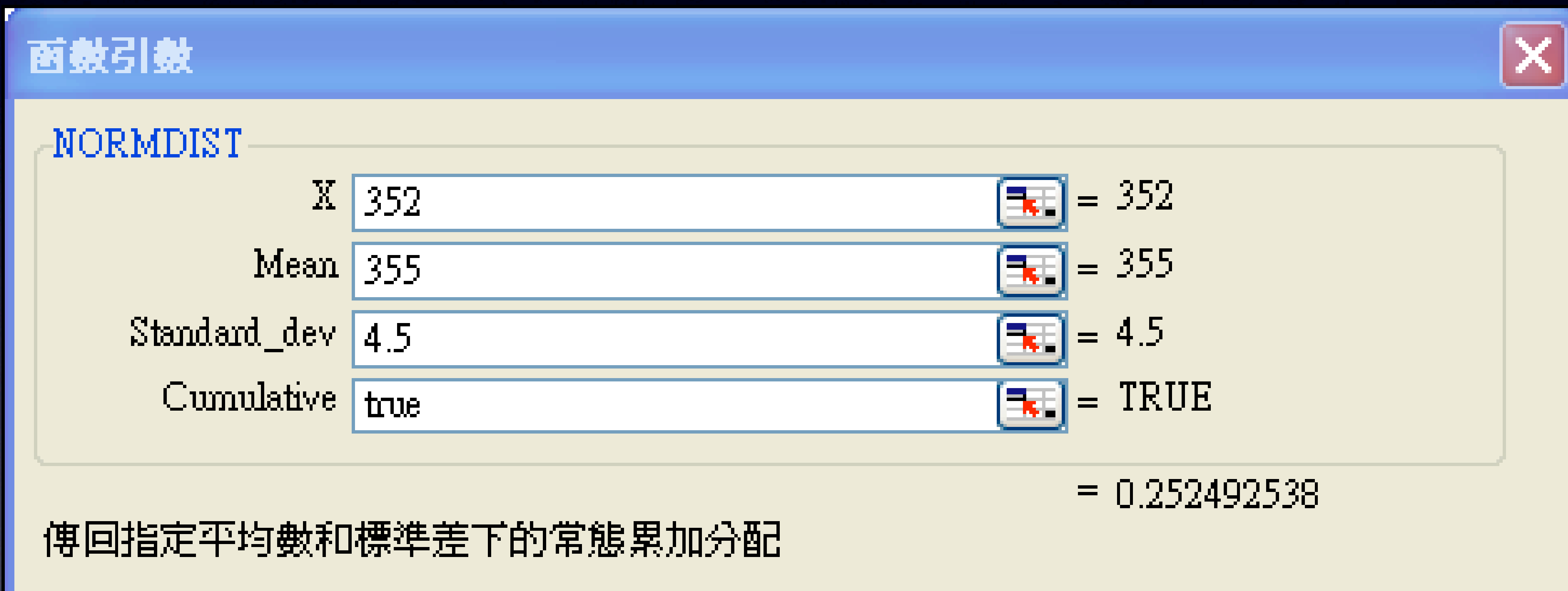
3. 依照查標準常態分配機率值表的方法查表，即可求得機率值。

$8 < X < 12$ 的機率



$$P(8 \leq x \leq 12) = P\left(\frac{8-10}{1.5} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{12-10}{1.5}\right)$$
$$= P(-1.33 < Z < 1.33) = 2 \times P(0 < Z < 1.33)$$

以 Excel 計算常態分配機率 (NORMDIST)

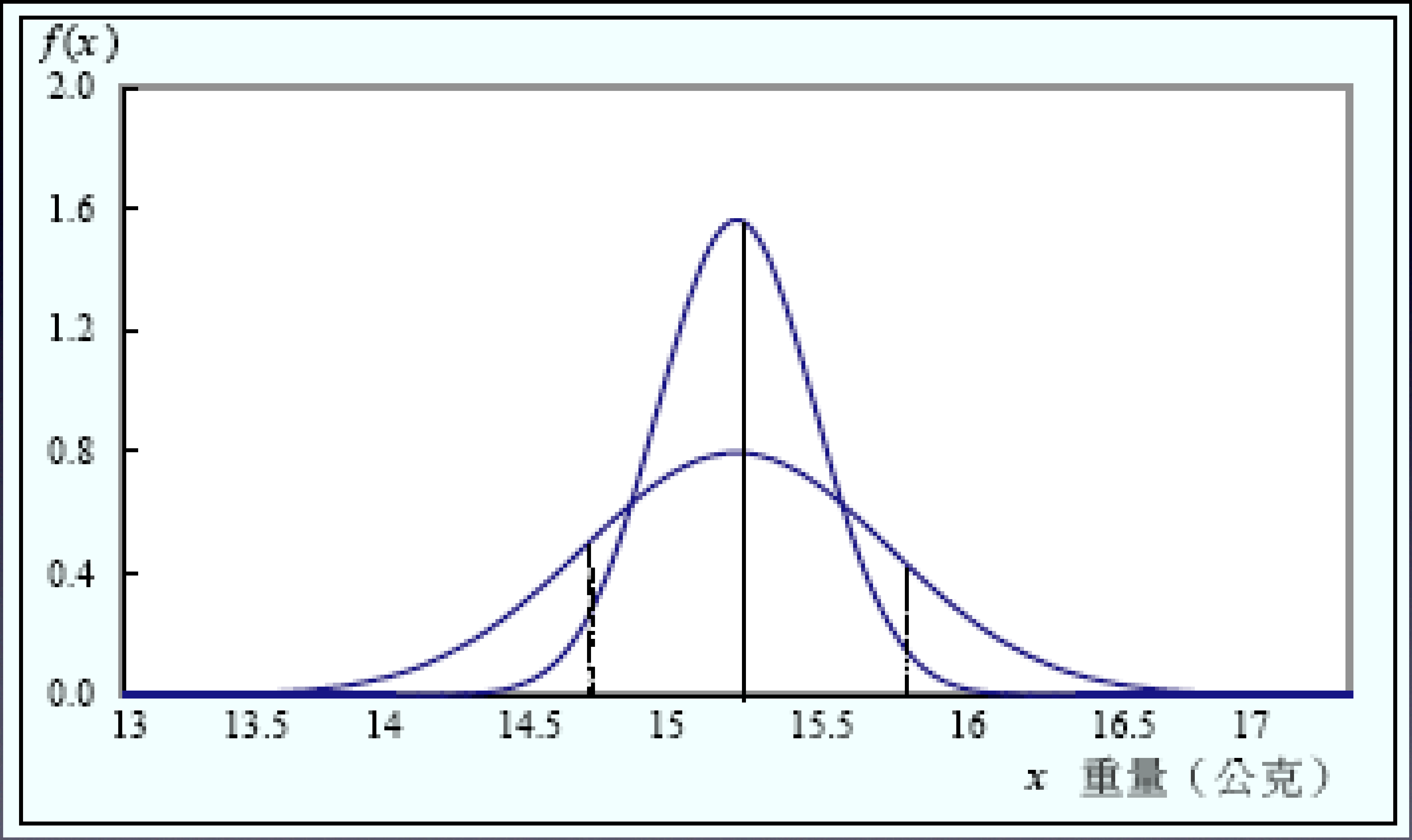


以 Excel 計算常態分配機率 (NORMDIST)

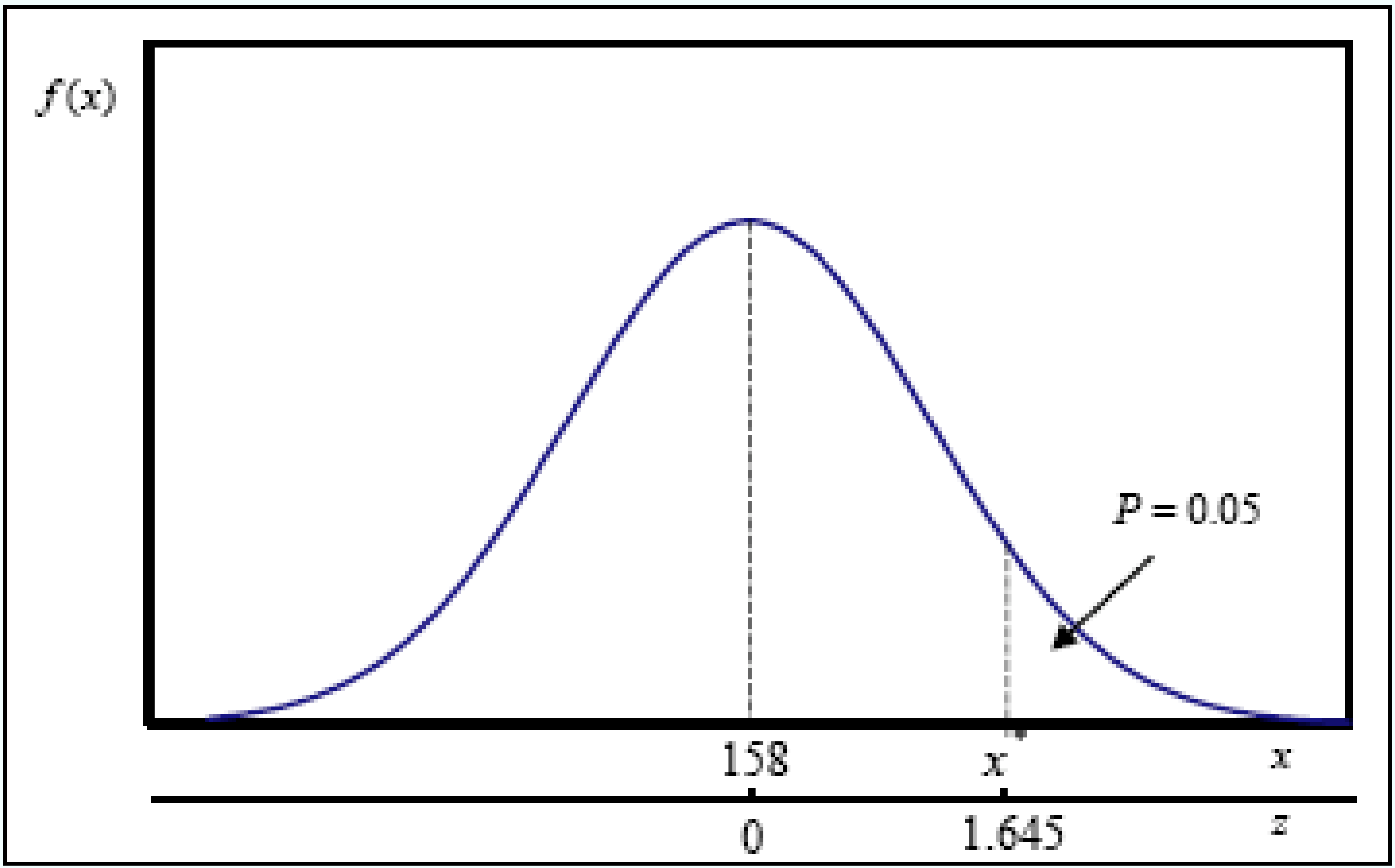
以 Excel 計算常態分配機率 (NORMDIST)

以 Excel 計算常態分配機率 (NORMDIST)

咖啡的常態分配



雞肉餐的標準常態分配



均等分配

- **指數分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為均等分配，則其機率密度函數為：

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{1}{b-a} \qquad a \le x \le b \\
&= 0 \qquad \text{其他}
\end{aligned}
$$

均等分配

- **指數分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為均等分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \qquad a \le x \le b$$
$$= 0 \qquad 其他$$

均等分配

- **累加機率函數**

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_a^x \frac{1}{b-a} dt = \frac{1}{b-a} t \Big]_a^x = \frac{x-a}{b-a}$$

均等分配

- 累加機率函數

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_a^x \frac{1}{b-a}dt = \frac{1}{b-a}t\Big]_a^x = \frac{x-a}{b-a}$$

- 期望值

$$E(X) = \frac{b+a}{2}$$

均等分配

- **累加機率函數**

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_a^x \frac{1}{b-a} dt = \frac{1}{b-a} t \Big]_a^x = \frac{x-a}{b-a}$$

- **期望值**

$$E(X) = \frac{b+a}{2}$$

- **標準差**

$$V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

指數分配

- **指數分配的定義**

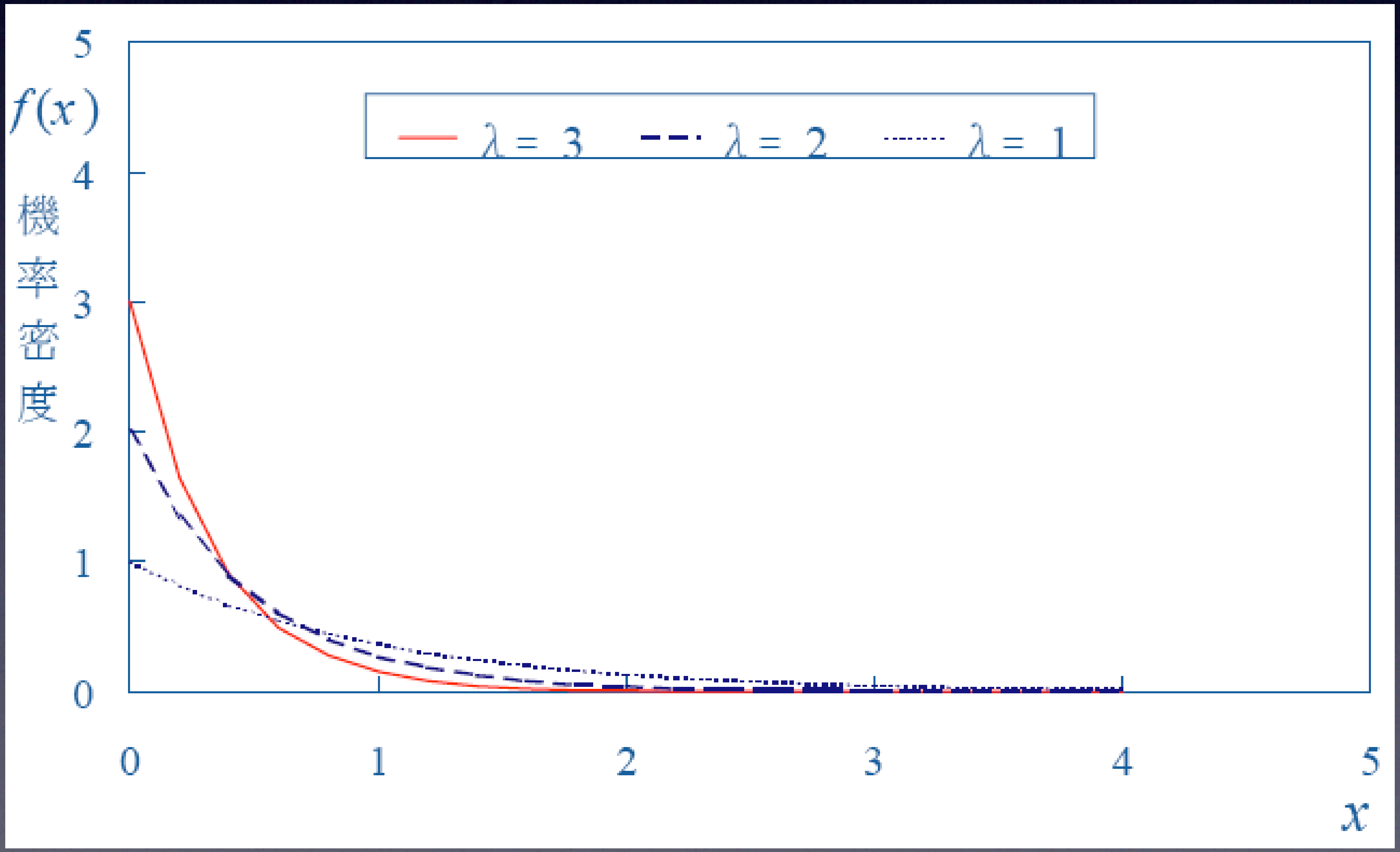
  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為指數分配，則其機率密度函數為：
  $$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad x \geq 0, \lambda > 0$$

指數分配

- **指數分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為指數分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad x \geq 0, \lambda > 0$$



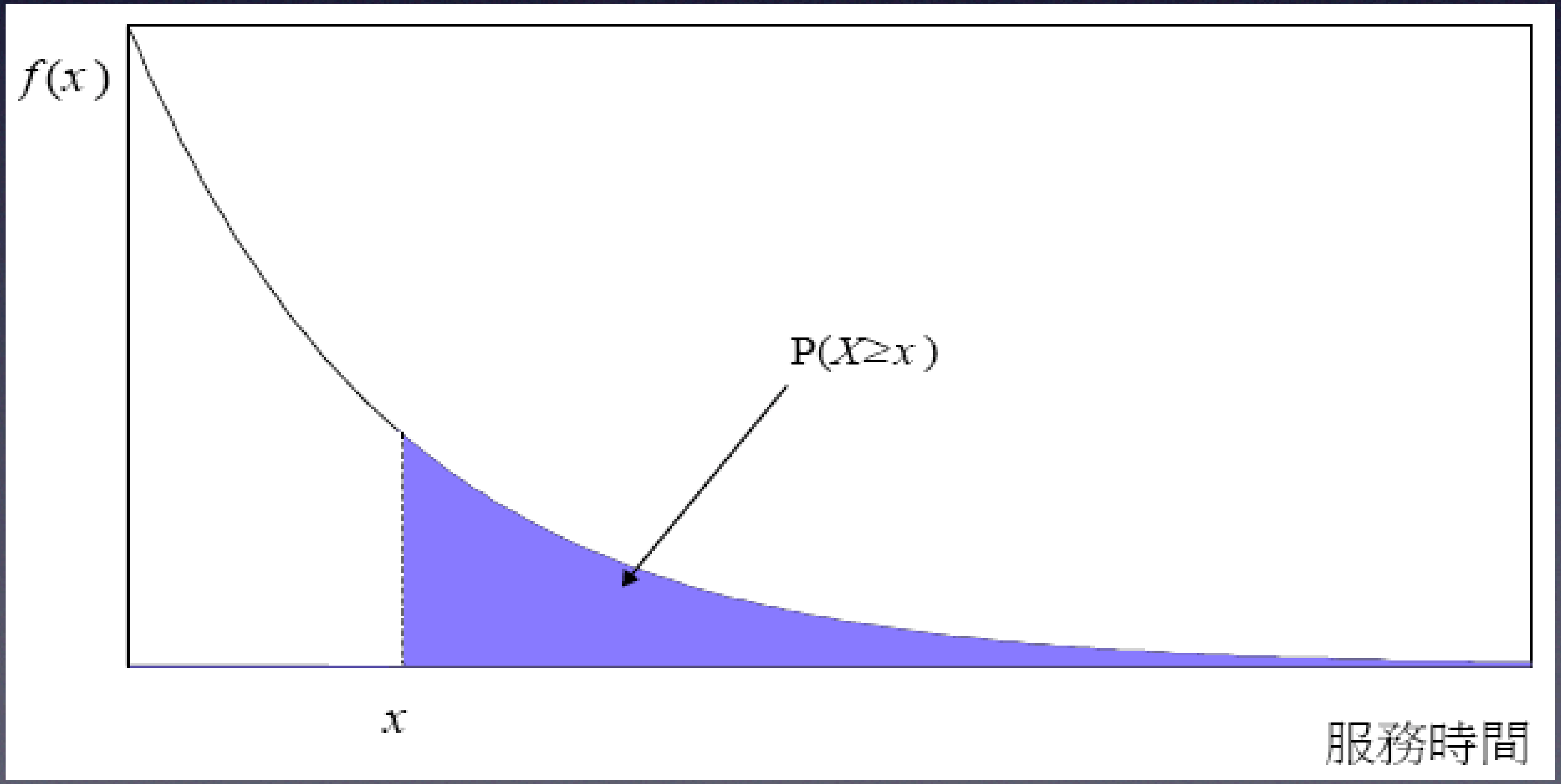
指數分配

- **指數分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為指數分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad x \geq 0, \lambda > 0$$

$P(X \geq x)$ 的機率



指數分配

- **指數分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為指數分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad x \geq 0, \lambda > 0$$

- **期望值**

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

指數分配

- **指數分配的定義**

  設 X 為連續隨機變數，若 $f(x)$ 為指數分配，則其機率密度函數為：

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad x \geq 0, \lambda > 0$$

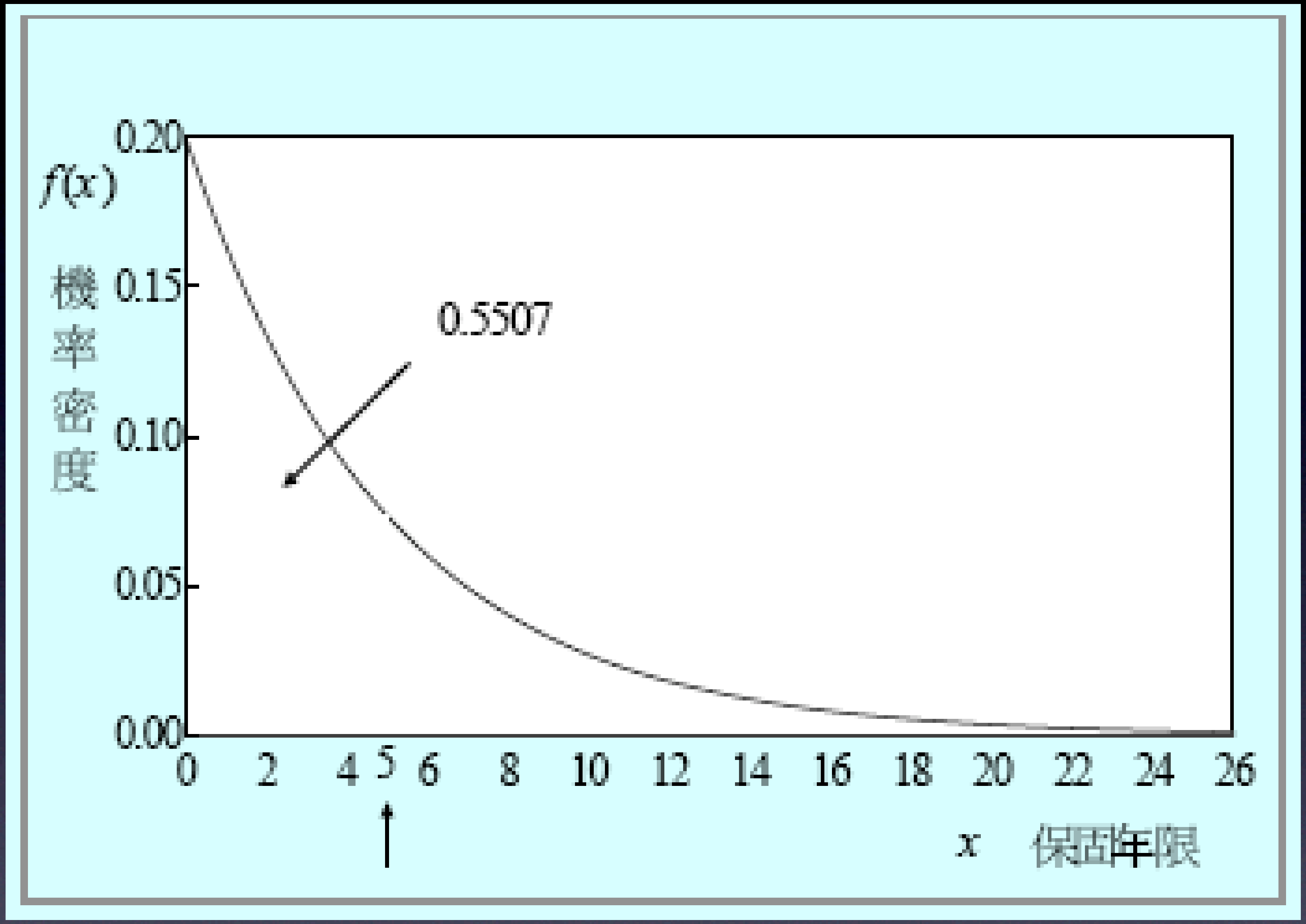
- **期望值**

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

- **變異數**

$$V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

微波爐的保固年限

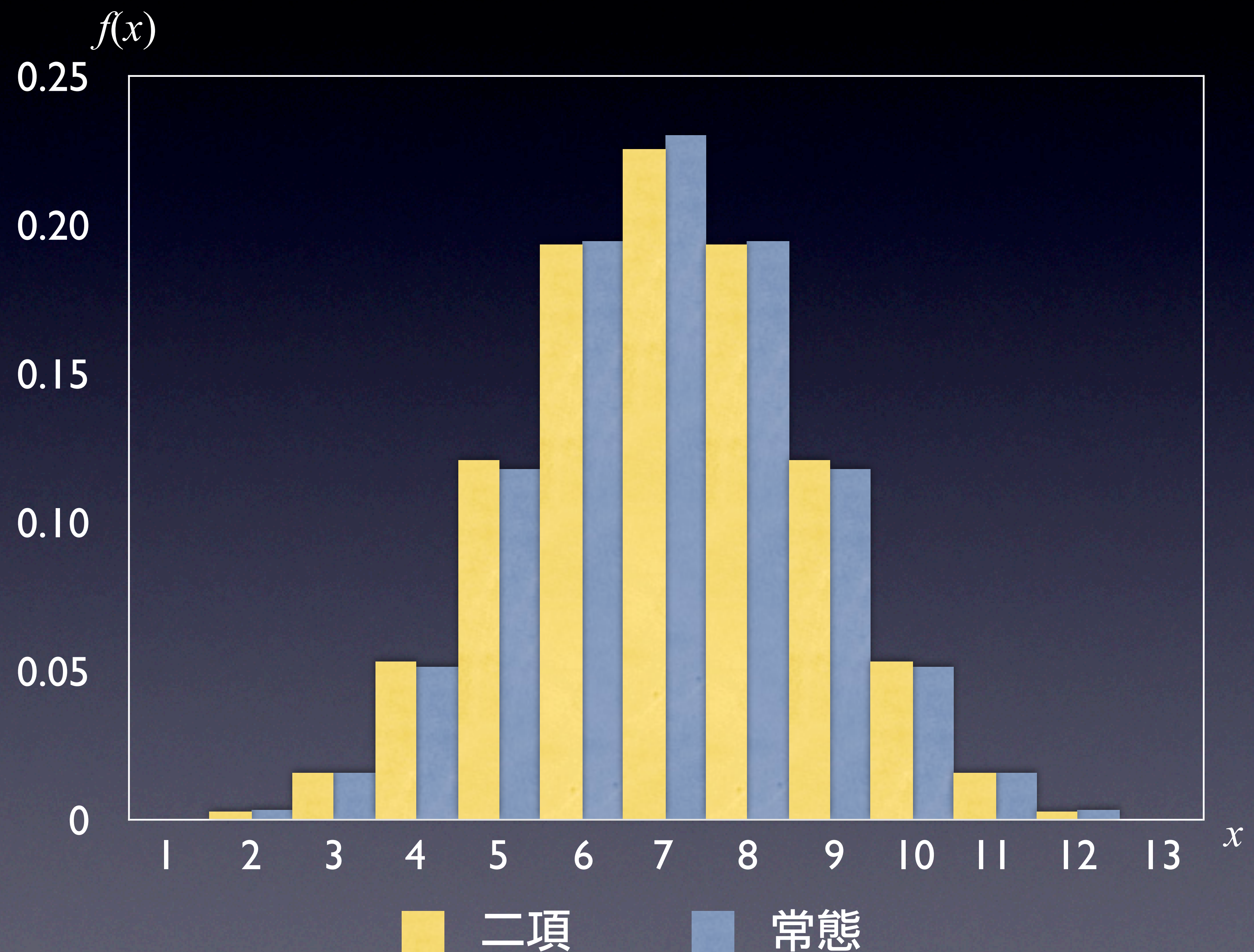


$$P(X \leq 5) = 1 - e^{(-0.16)(5)} = 1 - e^{-0.80} = 1 - 0.4439 = 0.5507$$

二項分配與常態分配

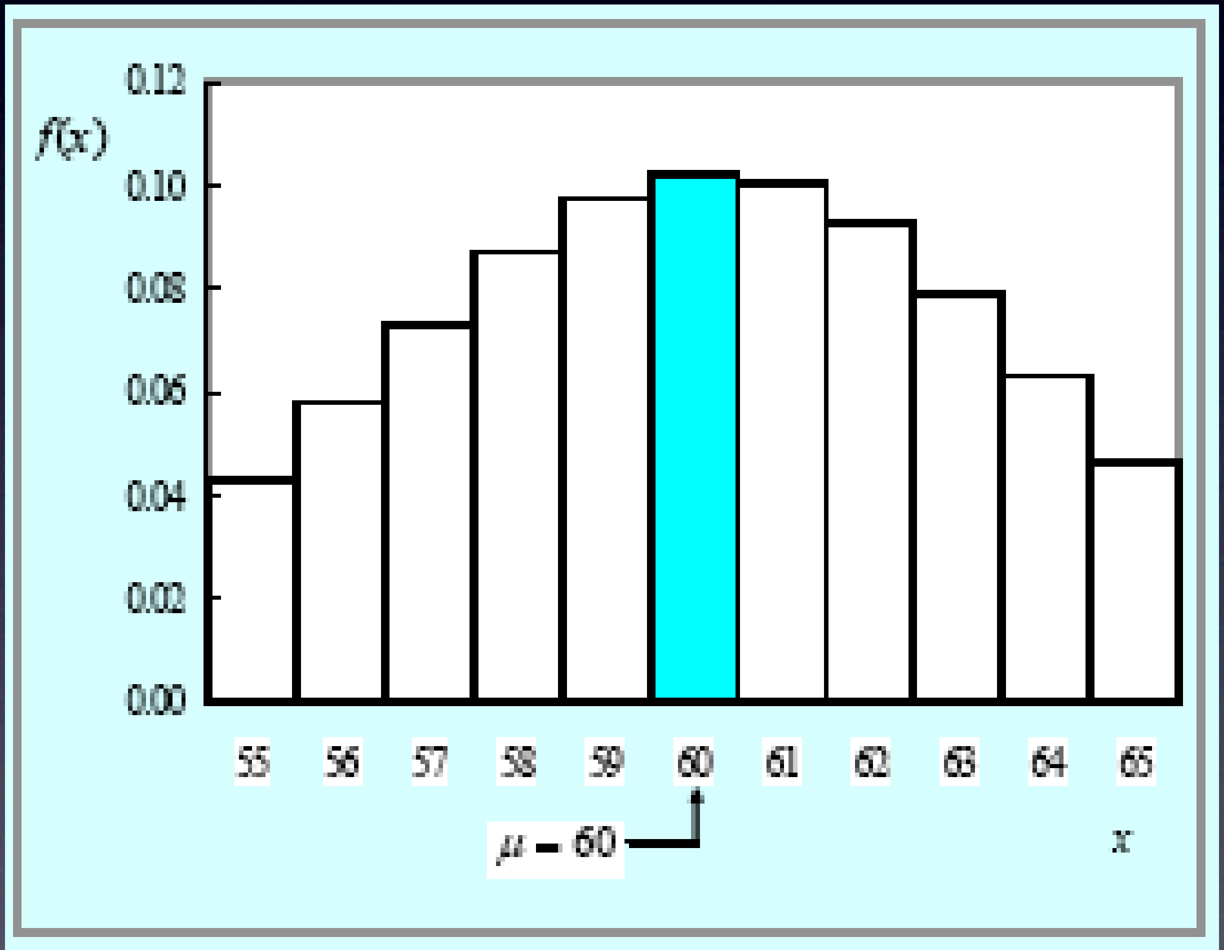
x	二項	常態
0	0.000244	0.000571
1	0.002930	0.003570
2	0.016113	0.016002
3	0.053711	0.051390
4	0.120850	0.118254
5	0.193359	0.194973
6	0.225586	0.230336
7	0.193359	0.194973
8	0.120850	0.118254
9	0.053711	0.051390
10	0.016113	0.016002
11	0.002930	0.003570
12	0.000244	0.000571

二項分配與常態分配



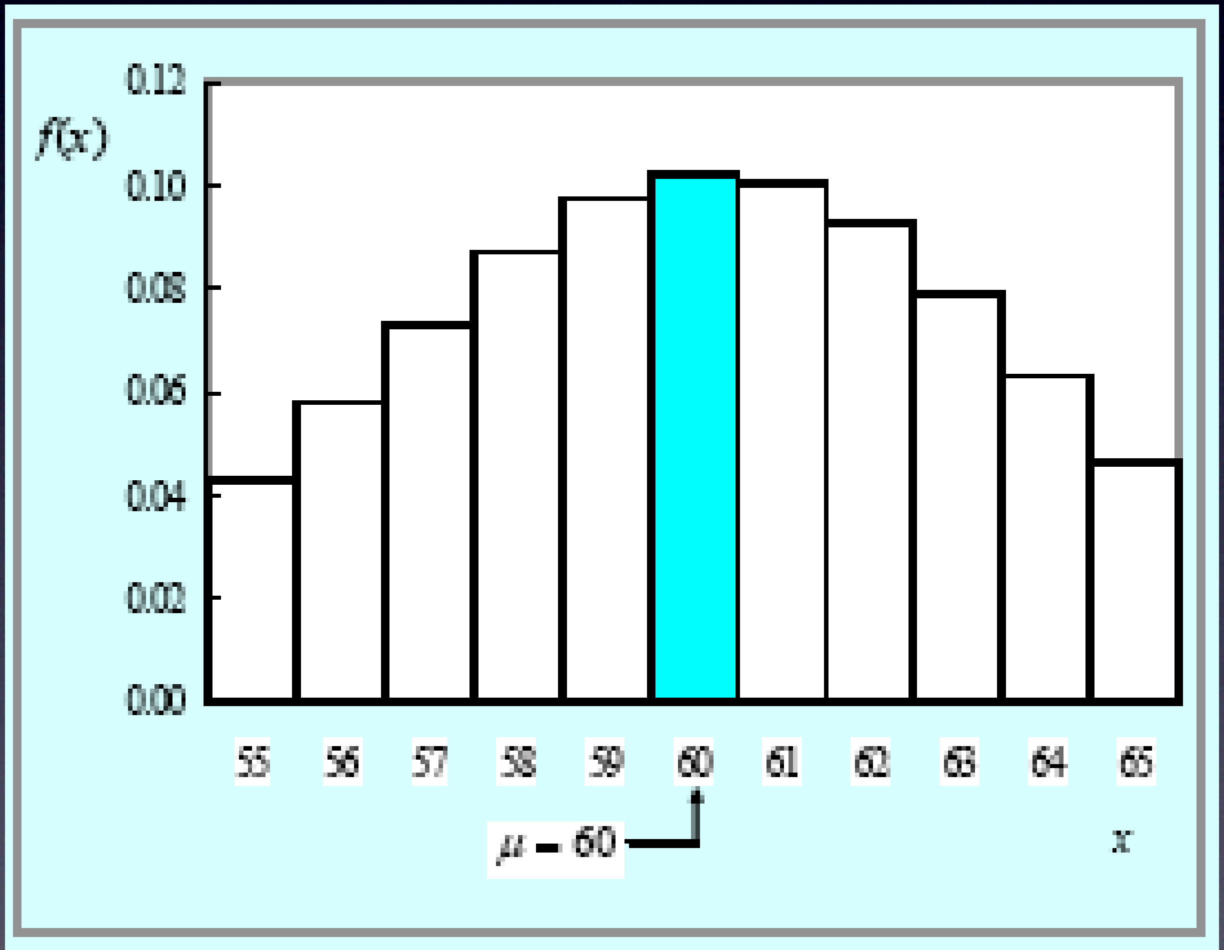
不連續與連續的機率分配

不連續的機率分配

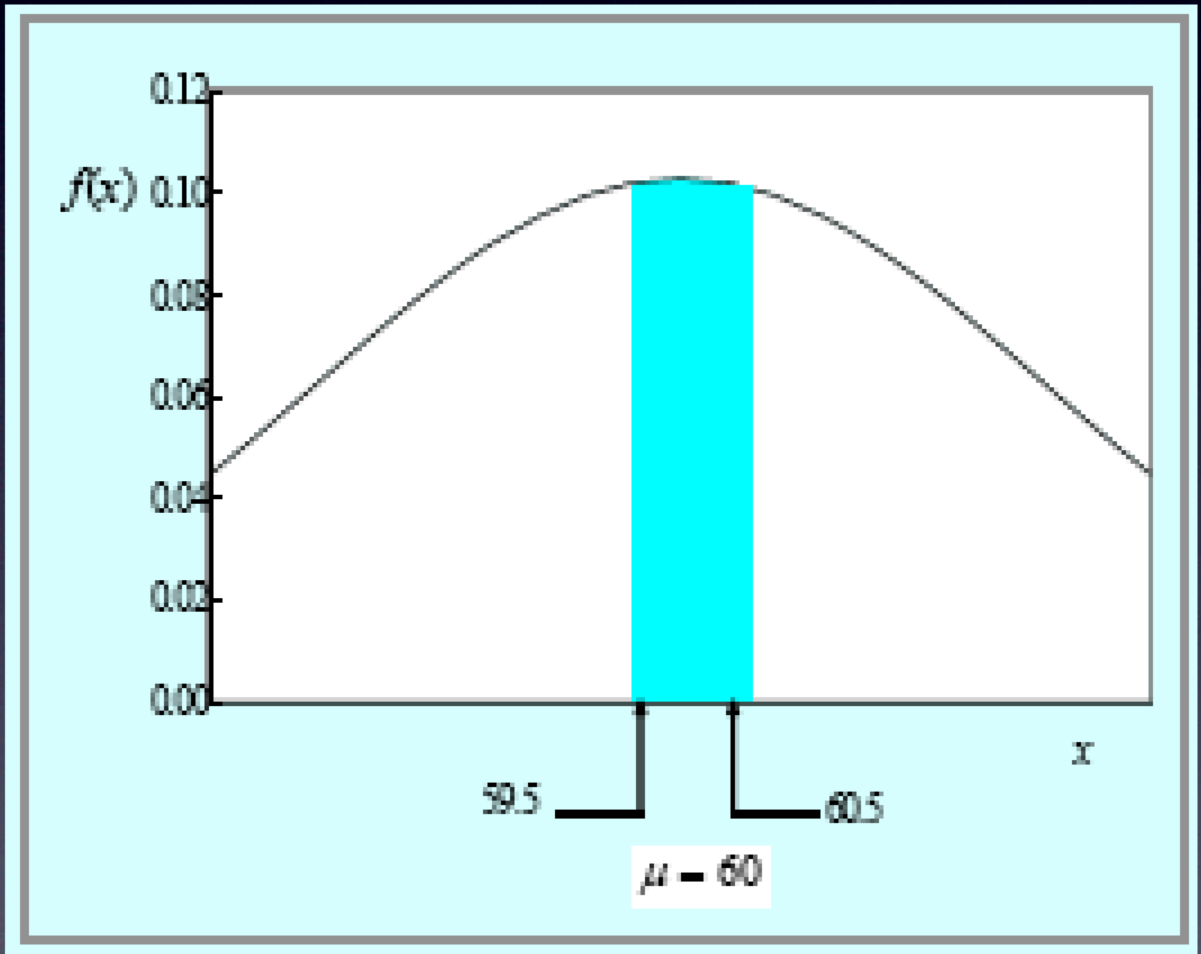


不連續與連續的機率分配

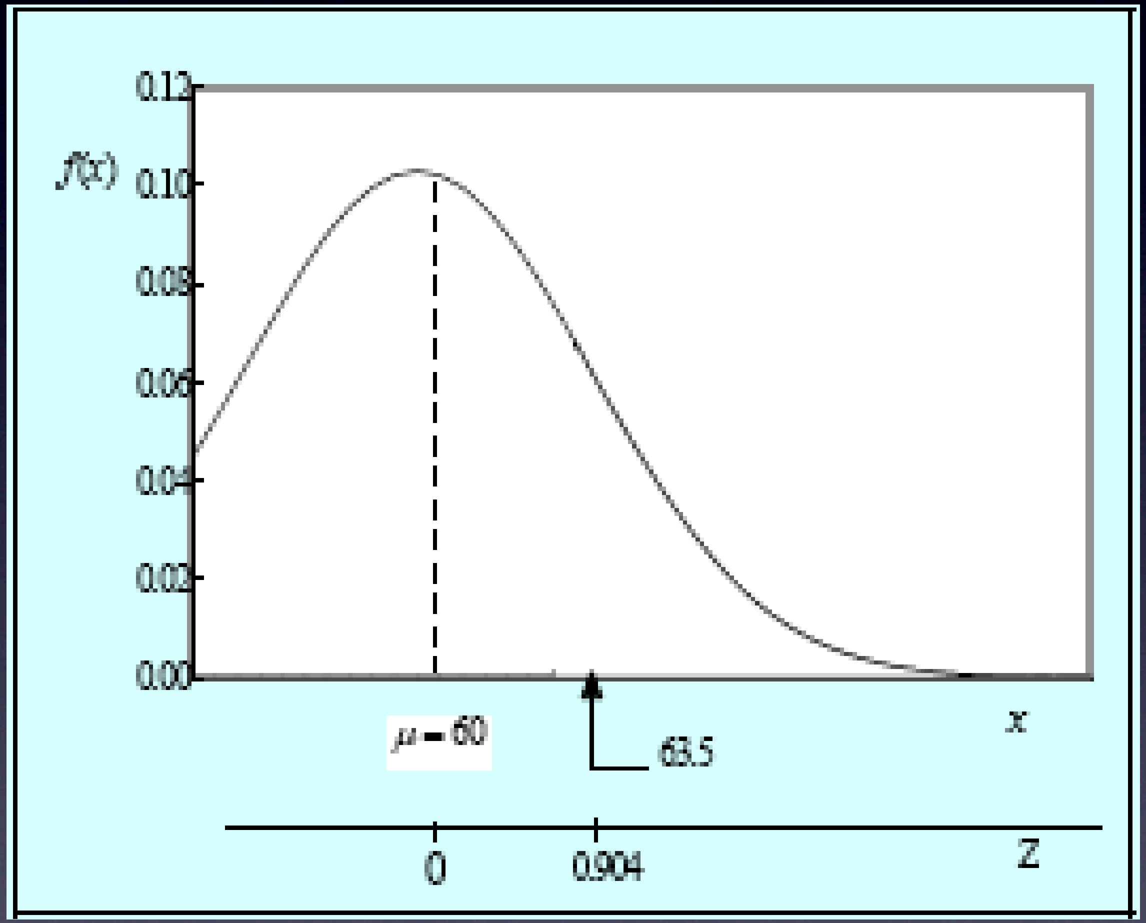
不連續的機率分配



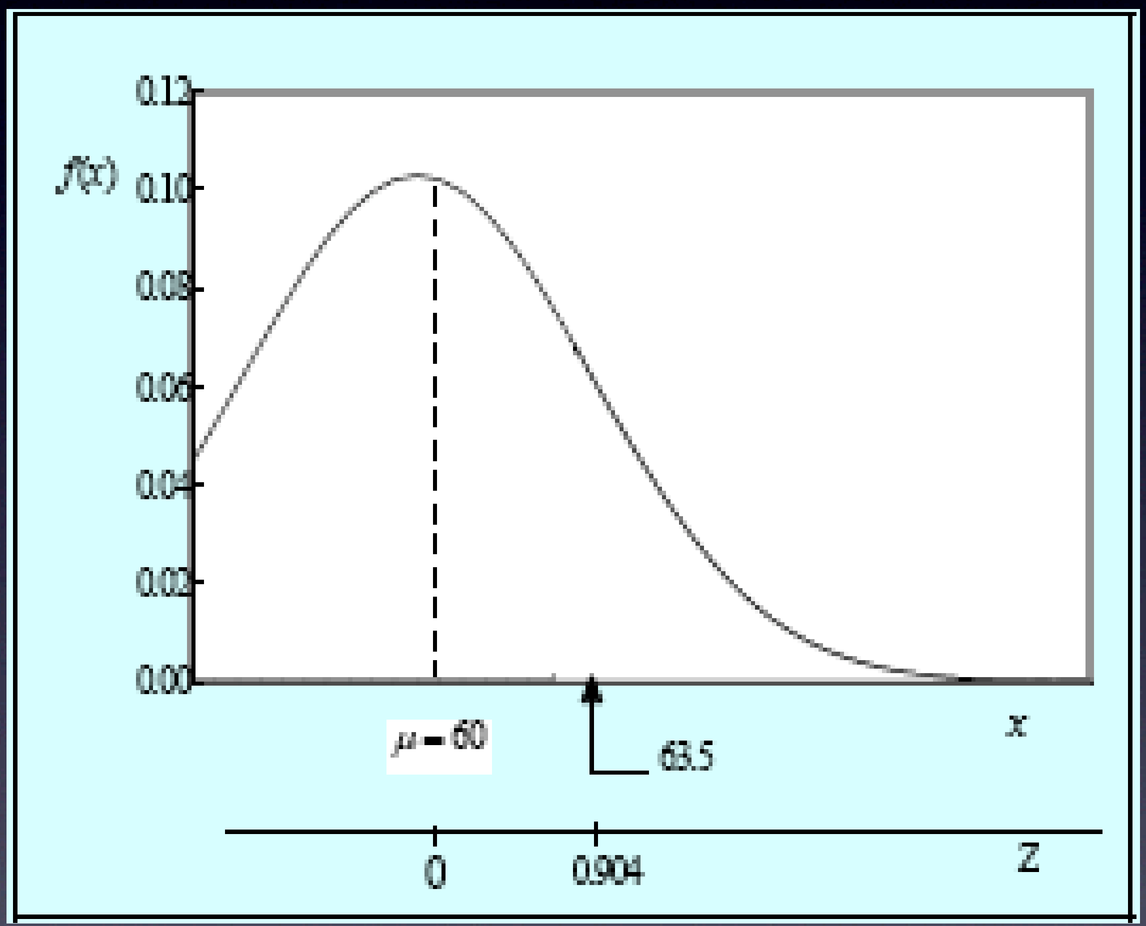
連續的機率分配



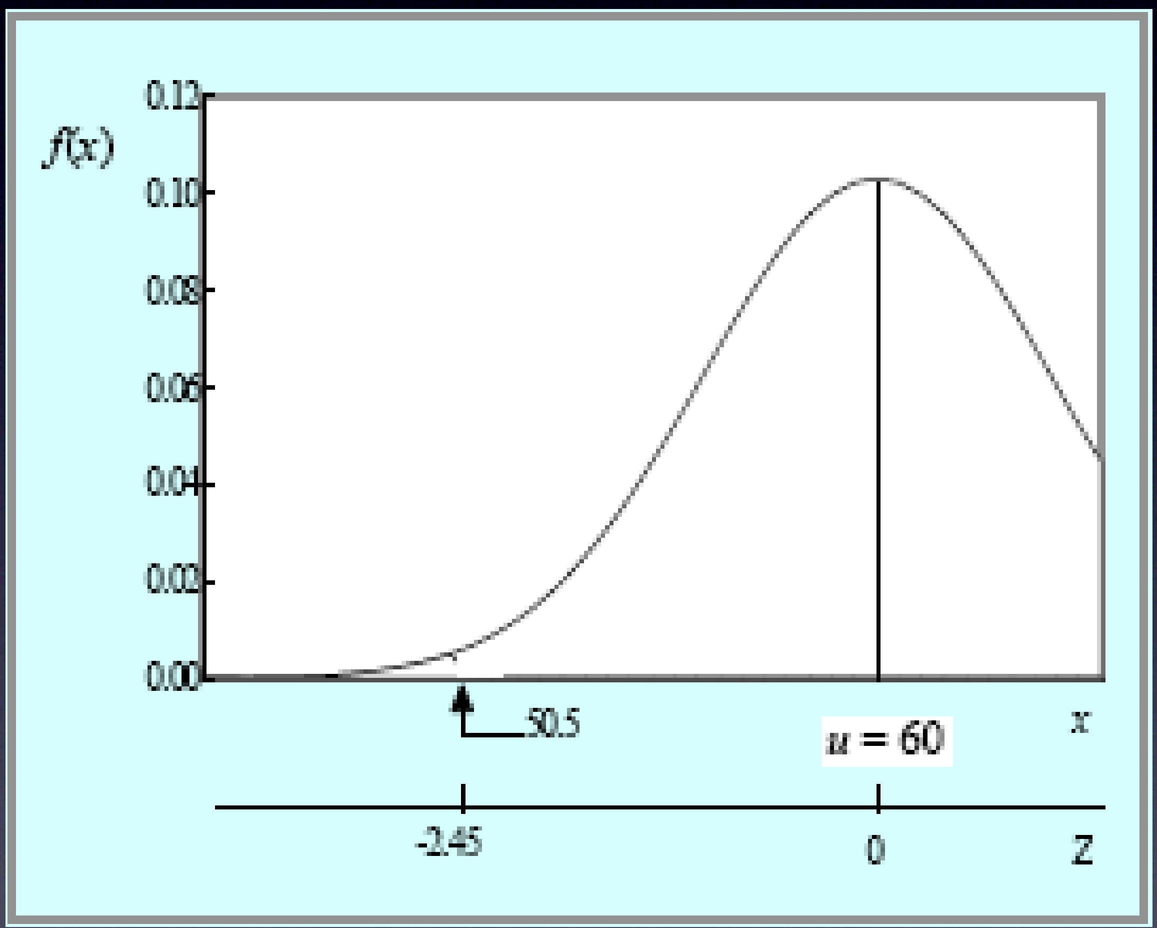
至少 64 間房間租出去的機率



至少 64 間房間租出去的機率



至多租出 50 間房間的機率



幾個分配間的關係

超幾何分配（有限母體）

$\downarrow$ $N \to \infty$ $\boxed{\frac{n}{N} < 0.05}$

點二項分配 $\xrightarrow{n = 1}$ 二項分配（無限母體）

幾個分配間的關係

超幾何分配（有限母體）

$\downarrow$ $N \to \infty$ $\boxed{\frac{n}{N} < 0.05}$

點二項分配 $\xrightarrow{n=1}$ 二項分配（無限母體）

$\downarrow$ $n \to \infty$

$p\ (or\ q)$ 微小

$$\boxed{\begin{array}{c} n \geq 20,\ \mathrm{np} \leq 1 \\ n \geq 50,\ \mathrm{np} \leq 5 \\ n \geq 100,\ \mathrm{np} \leq 10 \end{array}}$$

$\downarrow$ 泊松分配

p 及 q 不微小

$$\boxed{\begin{array}{c} n \geq 20,\ \mathrm{np} \leq 1 \\ n \geq 50,\ \mathrm{np} \leq 5 \\ n \geq 100,\ \mathrm{np} \leq 10 \end{array}}$$

$\downarrow$ 常態分配

幾個分配間的關係

超幾何分配（有限母體）

$n = 1$

$N \to \infty$ $\boxed{\frac{n}{N} < 0.05}$

點二項分配 $\longrightarrow$ 二項分配（無限母體）

$n \to \infty$

p $(or\ q)$ 微小

$$\boxed{\begin{array}{c} n \geq 20,\ np \leq 1 \\ n \geq 50,\ np \leq 5 \\ n \geq 100,\ np \leq 10 \end{array}}$$

p 及 q 不微小

$$\boxed{\begin{array}{c} n \geq 20,\ np \leq 1 \\ n \geq 50,\ np \leq 5 \\ n \geq 100,\ np \leq 10 \end{array}}$$

泊松分配 $\xrightarrow{p \text{ 微小}, \ n \to \infty^2}$ 常態分配

$\boxed{p < 0.1,\ n > 500}$